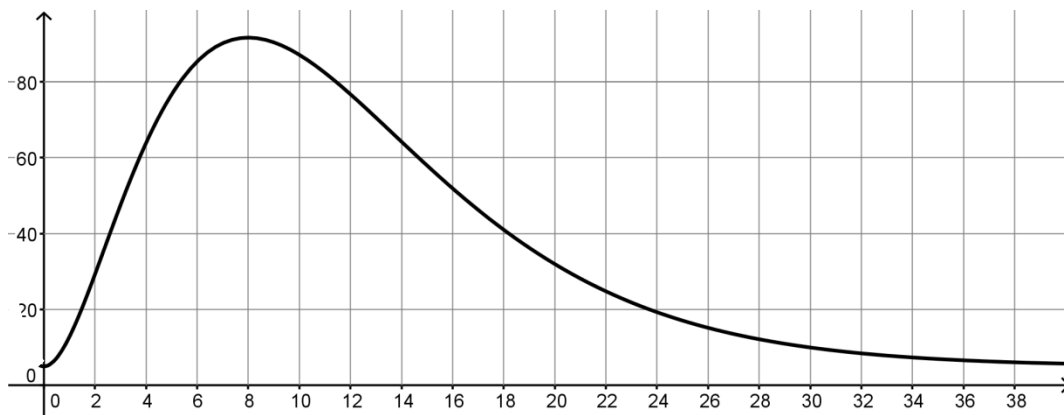


## Heuschreckenplage 1 – Exponentialfunktion mit Sachzusammenhang

Im Jahr 2004 kam es in Nordafrika zu einer verheerenden Heuschreckenplage, die große Schäden in der Landwirtschaft anrichtete. Durch die kahlgefressenen Flächen gingen den mauretanischen Bauern rund 80% der Ernte verloren. In einer Untersuchung wird eine Heuschreckenpopulation in Abhängigkeit von der Zeit  $x$  (in Tagen) in den ersten 20 Tagen durch folgende Funktion dargestellt:

$$f(x) = 5 + 10x^2 e^{-\frac{1}{4}x}, 0 \leq x \leq 20,$$

wobei der Funktionswert  $f(x)$  die Anzahl der Heuschrecken eines Schwarms in Millionen angibt. Der Schwarm erhebt sich erst (bei  $x = 0$ ), wenn ausreichend viele Tiere zusammen sind. Der Graph ist im Folgenden angegeben.



- a) Beschreibe den Verlauf des Graphen im Sachzusammenhang (lokale bzw. globale Extrempunkte, Wendepunkte, Verhalten an den Rändern).

Ohne Nachweis darf im Folgenden verwendet werden, dass für den Term der zweiten Ableitung gilt:  $f''(x) = (0,625x^2 - 10x + 20) \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ .

- b) Berechne unter Angabe der zentralen Ableitungsregeln  $f'(x)$ , ermittle die globale Extremstellen von  $f$  und bestimme rechnerisch das globale Maximum von  $f$ . [Hinweis:  $f'(x) = (-2,5x^2 + 20x) \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ ]

Die Heuschreckenschwärme fressen große Flächen kahl. So hat man festgestellt, dass 1 Millionen Tiere 4 ha Fläche pro Tag kahl fressen.

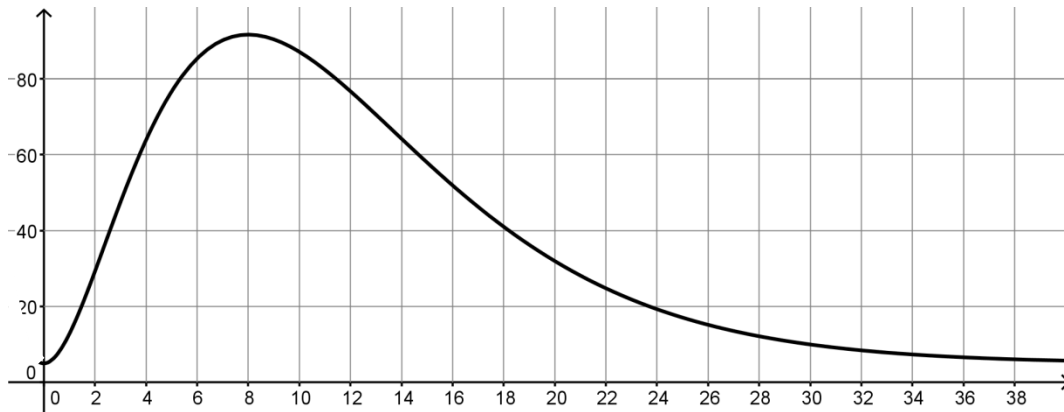
- c) Begründe, dass bei dem untersuchten Heuschreckenschwarm die pro Tag kahl gefressene Fläche durch die Funktion  $h$  mit  $h(x) = 20 + 40x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$  ( $0 \leq x \leq 20$ ) angegeben werden kann ( $x$  in Tage und  $h(x)$  in Mio. ha pro Tag).
- d) Gib einen Term an, der die von Heuschrecken zerstörte Fläche in den ersten 20 Tagen angibt, und begründe Deine Angabe. [Hinweis: Hier soll nichts gerechnet werden.]

## Heuschreckenplage 2 – Exponentialfunktion mit Sachzusammenhang

Im Jahr 2004 kam es in Nordafrika zu einer verheerenden Heuschreckenplage, die große Schäden in der Landwirtschaft anrichtete. Durch die kahlgefressenen Flächen gingen den mauretanischen Bauern rund 80% der Ernte verloren. In einer Untersuchung wird eine Heuschreckenpopulation in Abhängigkeit von der Zeit  $x$  (in Tagen) in den ersten 20 Tagen durch folgende Funktion dargestellt:

$$f(x) = 5 + 10x^2 e^{-\frac{1}{4}x}, 0 \leq x \leq 20,$$

wobei der Funktionswert  $f(x)$  die Anzahl der Heuschrecken eines Schwarms in Millionen angibt. Der Schwarm erhebt sich erst (bei  $x = 0$ ), wenn ausreichend viele Tiere zusammen sind. Der Graph ist im Folgenden angegeben.



- a) Bestimme die Anzahl der Tiere beim Beginn des Schwärmens, nach 20 Tagen und begründe anhand des Funktionsterms, dass  $f(x) > 0$  gilt.

Ohne Nachweis darf im Folgenden verwendet werden, dass für  $f''(x)$  und  $f'''(x)$  gilt:  $f''(x) = (0,625x^2 - 10x + 20) \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$  und  $f'''(x) = (-0,15625x^2 + 3,75x - 15) \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$

- b) Berechne unter Angabe der zentralen Ableitungsregeln  $f'(x)$ , untersuche  $f$  rechnerisch auf Wendestellen und gib ihre Bedeutung in der dargestellten Situation an.
- c) Interpretiere den Wert  $\frac{1}{20-0} \cdot \int_0^{20} f(x) dx$  im Sachzusammenhang.

Die Heuschreckenschwärme fressen große Flächen kahl. So hat man festgestellt, dass 1 Millionen Tiere 10 ha Fläche pro Tag kahl fressen. Bei  $x = 0$  sind bereits 10000 ha zerstört.

- d) Begründe, dass bei dem untersuchten Heuschreckenschwarm die pro Tag kahl gefressene Fläche durch die Funktion  $h$  mit  $h(x) = 50 + 100x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x}, 0 \leq x \leq 20$  angegeben werden kann ( $x$  in Tage und  $h(x)$  in Mio. ha pro Tag).

Sei nun  $H$  die Wirkungsfunktion zur Funktion  $h$ .

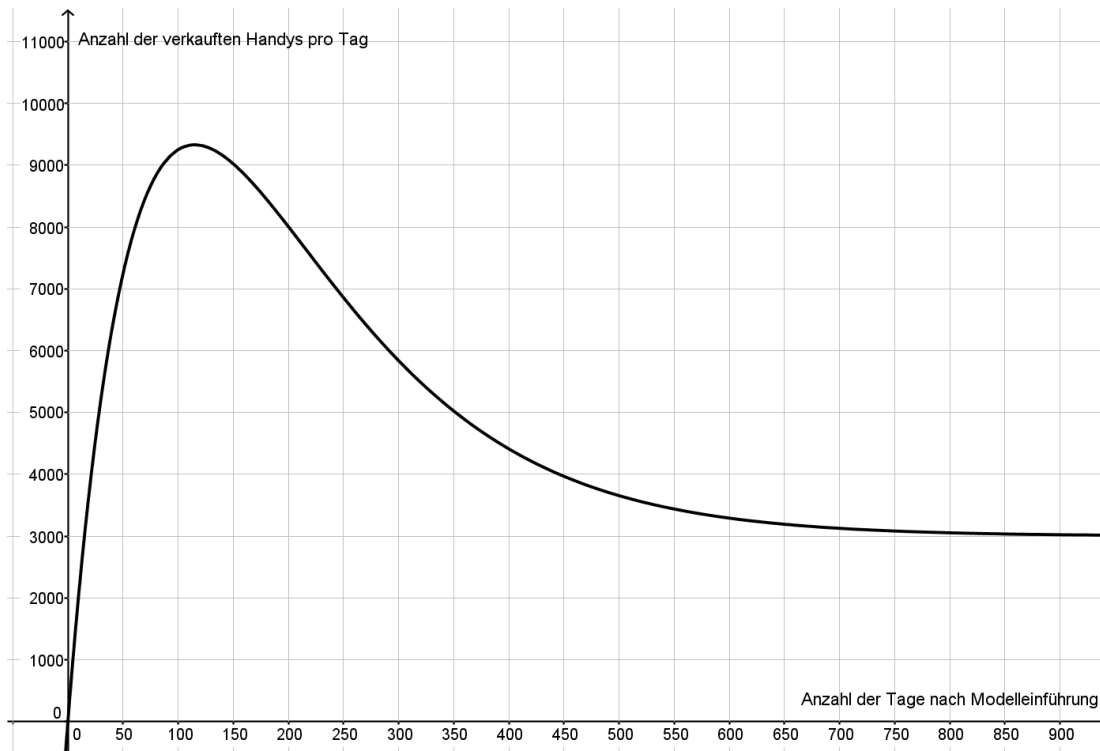
- e) Gib die Bedeutung der Wirkungsfunktion  $H$  in der obigen Situation an und beschreibe, wie die Wirkungsfunktion  $H$  und die Funktion  $h$  rechnerisch zusammenhängen.

## Handyverkauf 1 - Exponentialfunktion mit Sachzusammenhang

Eine Firma berechnet die täglichen Verkaufszahlen eines Handymodells, das neu eingeführt wird, modellhaft mit der Funktionsgleichung

$$f(t) = 200 \cdot (t - 15) \cdot e^{-0,01 \cdot t} + 3000$$

Dabei gibt  $t$  die Anzahl der Tage nach Einführung des neuen Modells an und  $f(t)$  die Anzahl der verkauften Handys pro Tag. Der Graph ist im Folgenden angegeben.



a) Beschreibe den Verlauf des Graphen im Sachzusammenhang.

Im Folgenden darf ohne Nachweis verwendet werden, dass  $f''(t) = (-4,3 + 0,02t) \cdot e^{-0,01 \cdot t}$ .

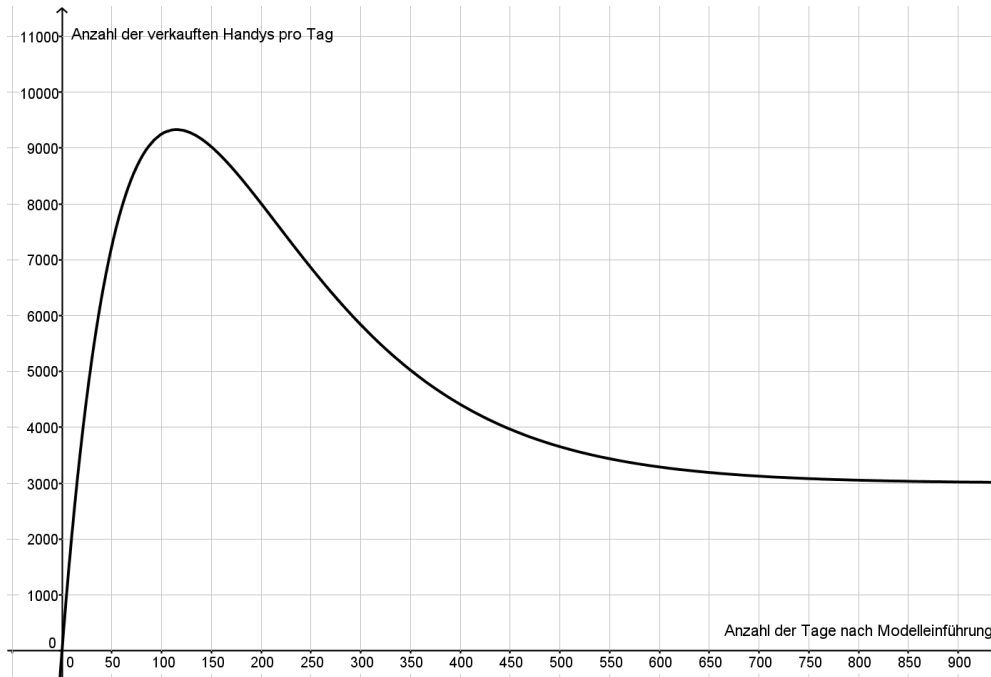
- b) Bestimme unter Angabe der zentralen Ableitungsregeln  $f'(t)$ , ermittle den Zeitpunkt, an dem die tägliche Verkaufszahl maximal ist, und berechne die maximale tägliche Verkaufszahl. [Hinweis:  $f'(t) = (230 - 2t) \cdot e^{-0,01 \cdot t}$ ]
- c) Zeige mithilfe von  $f'(t)$ , dass der Modellfunktion  $f$  zufolge die wöchentlichen Verkaufszahlen ständig sinken, nachdem sie ihr Maximum erreicht haben.
- d) Gib die Bedeutung von  $\frac{1}{115-0} \cdot \int_0^{115} f(t)dt$  in der obigen Situation an.
- e) Erkläre, wie man das Integral  $\int_0^{115} f(t)dt$  mithilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung berechnen kann, und interpretieren seinen Wert.

## Handyverkauf 2 - Exponentialfunktion mit Sachzusammenhang

Eine Firma berechnet die täglichen Verkaufszahlen eines Handymodells, das neu eingeführt wird, modellhaft mit der Funktionsgleichung

$$f(t) = 200 \cdot (t - 15) \cdot e^{-0,01 \cdot t} + 3000$$

Dabei gibt  $t$  die Anzahl der Tage nach Einführung des neuen Modells an und  $f(t)$  die Anzahl der verkauften Handys pro Tag. Der Graph ist im Folgenden angegeben.



- Bestimme  $f(9)$  und gib die Bedeutung des Wertes im Sachzusammenhang an.
- Untersuche rechnerisch, wie sich die täglichen Verkaufszahlen langfristig entwickeln.
- Bestimme unter Angabe der zentralen Ableitungsregeln  $f'(t)$  und begründe mit ihr, dass die täglichen Verkaufszahlen an Handys für  $t > 115$  ständig abnehmen. [Hinweis:  $f'(t) = (230 - 2t) \cdot e^{-0,01 \cdot t}$ ]

Im Folgenden darf ohne Nachweis verwendet werden, dass  $f''(t) = (-4,3 + 0,02t) \cdot e^{-0,01 \cdot t}$  und  $f'''(t) = (0,063 - 0,0002t) \cdot e^{-0,01 \cdot t}$ .

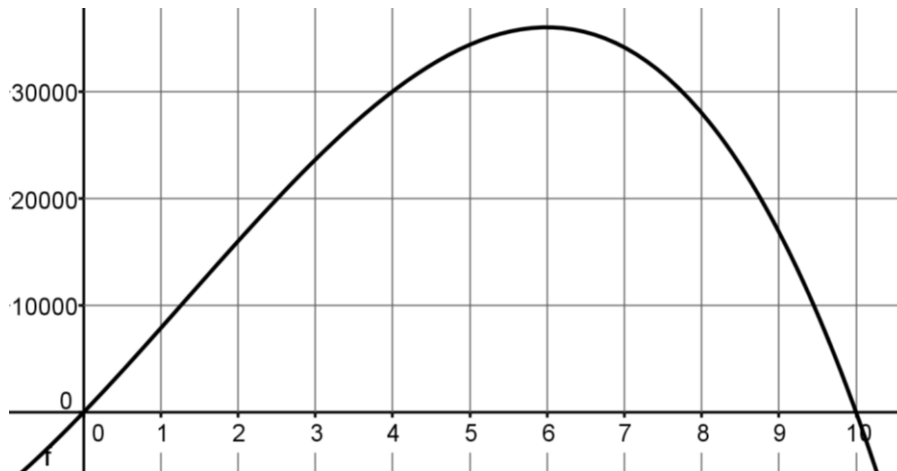
- Markiere in der obigen Abbildung den einzigen Wendepunkt, überprüfe dies rechnerisch und gib die Bedeutung des Wendepunktes in der obigen Situation an.
- Gib die Bedeutung des Integrals  $\frac{1}{365-0} \cdot \int_0^{365} f(t) dt$  in der obigen Situation an.
- Erkläre, wie man  $\int_0^{365} f(t) dt$  mithilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung berechnen kann, und interpretiere den Integralwert.

## Besucherandrang in einem Freizeitpark - GRF im Sachzusammenhang

Die hier vorliegende Grafik gibt vereinfacht die Anzahl der Besucher in einem Freizeitpark wieder. Die Anzahl der Besucher zum Zeitpunkt  $x$  wird durch die Funktion  $f$  mit

$$f(x) = -125 \cdot x^3 + 500 \cdot x^2 + 7500 \cdot x$$

Der Park öffnet um 10 Uhr. Der Park schließt wieder, wenn die Anzahl der Besucher wieder auf 0 sinkt. Die Variable  $x$  gibt die Anzahl der Stunden seit Öffnung des Parks an.  $f(x)$  bestimmt die Anzahl der Besucher im Park zum Zeitpunkt  $x$ .



- Bestimme die Anzahl der Besucher im Park eine Stunde nach dessen Öffnung.
- Berechne, wann der Park geschlossen wird.
- Ermittle rechnerisch den Zeitpunkt, an dem die meisten Besucher im Park sind.
- Berechne den Zeitpunkt, an dem der Andrang an den Kassen am größten ist.
- Bestimme zur Funktion  $f$  eine Stammfunktion  $F$  und berechne mit dieser Stammfunktion das Integral  $\int_0^{10} f(x)dx$ .
- Interpretiere die Bedeutung des Wertes  $\frac{1}{10-0} \cdot \int_0^{10} f(x)dx$  im Sachzusammenhang.

Erfahrungsgemäß ist an den Imbissstuben im Park mit erhöhtem Andrang zu rechnen, wenn mindestens 30000 Besucher im Park sind. Für den Direktor besteht dann die Notwendigkeit, zusätzliches Personal bereit zu stellen.

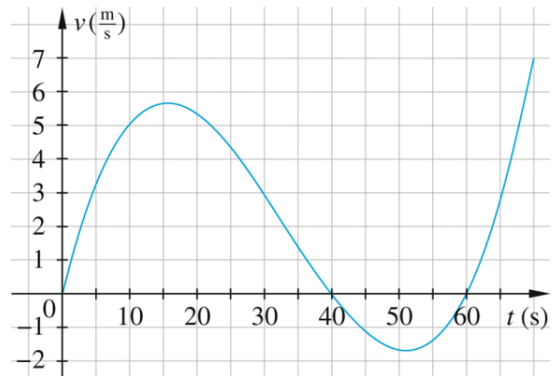
g) Beschreibe ein Verfahren, mit dem sich dieser Zeitraum bestimmen lässt.

## Geschwindigkeitsverlauf einer Draisine - GRF im Sachzusammenhang



Die Darstellung rechts zeigt den Graphen des Geschwindigkeitsverlaufs einer Hand-Draisine, die entlang eines gradlinigen Gleisabschnitts fährt. Die Geschwindigkeit wird innerhalb der ersten 70 Sekunden beschrieben durch die Funktion  $v$  mit

$$v(t) = \frac{1}{3000} \cdot t^3 - \frac{1}{30} \cdot t^2 + \frac{4}{5} \cdot t$$



und gibt die Geschwindigkeit der Draisine in Meter pro Sekunde an.

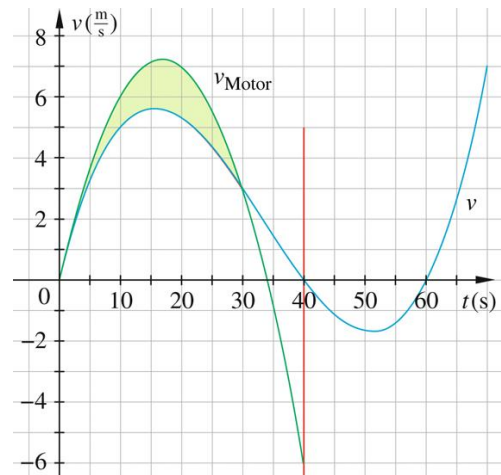
- Beschreibe den Verlauf des Graphen von  $v$  im Sachzusammenhang.
- Berechne das globale Minimum des Graphen von  $v$  und interpretiere seinen Wert in der obigen Situation.
- Bestimme die Wirkungsfunktion  $s$  zur Geschwindigkeitsfunktion  $v$  und erkläre die Bedeutung dieser Funktion in der dargestellten Situation.
- Berechne die zurückgelegte Strecke in den ersten zehn Minuten.
- Interpretiere den Wert  $\frac{1}{10-5} \cdot \int_5^{10} v(t) dt$ .



Direkt neben der handbetriebenen Draisine startet zu gleichen Zeitpunkt auf einem parallel verlaufenden Gleis eine weitere, motorbetriebene Draisine, deren zeitlicher Geschwindigkeitsverlauf für die ersten 40 Sekunden näherungsweise durch die Funktion  $v_{\text{Motor}}$  mit

$$v_{\text{Motor}}(t) = -\frac{1}{40}t^2 + \frac{51}{60}t$$

beschrieben wird.



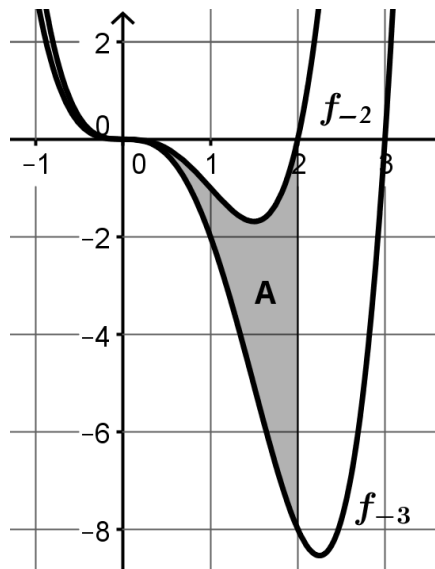
- Gib einen Term für die eingeschlossene Fläche an, und interpretiere seinen Wert.

## Ganzrationale Funktionenschar ohne Sachzusammenhang

Gegeben ist die Funktionenschar  $f_t$  mit  $f_t(x) = x^4 + t \cdot x^3$  ( $t \neq 0$ ).

- Untersuche die Funktionenschar rechnerisch auf Symmetrie und das Verhalten von  $f_t$  im Unendlichen.
- Berechne die Nullstellen von  $f_t$  in Abhängigkeit von  $t$ .
- Zeige, dass  $f_t$  bei  $x = -0,75 \cdot t$  eine globale Minimumstelle hat.
- Begründe, dass alle Graphen der Funktionenschar  $f_t$  im Punkt  $(0/0)$  einen Sattelpunkt haben.
- Ermittle eine Funktionsgleichung  $F_t(x)$  für die Schar der Stammfunktionen  $F_t$ , berechne damit  $\int_0^1 f_t(x)dx$  und gib die Bedeutung des Wertes an.

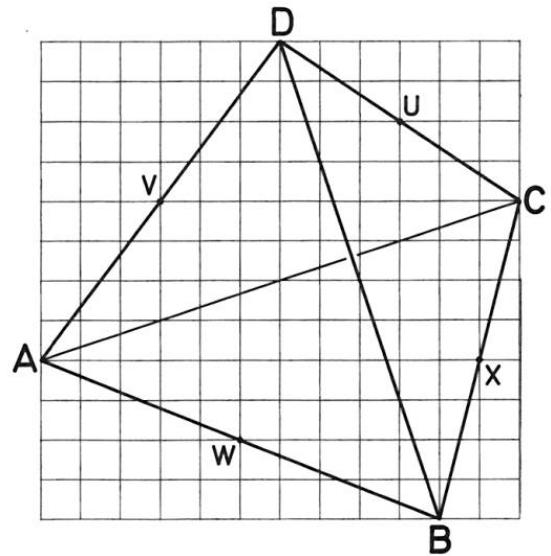
In der folgenden Abbildung schließen der Graph von  $f_{-2}$ , der Graph von  $f_{-3}$  und die Gerade  $x = 2$  eine Fläche A ein.



- Gib einen Term an, der den Inhalt der Fläche A beschreibt. [Hinweis: Hier muss nichts gerechnet werden.]

## Vektoren – Geraden im Raum – Bewegungsaufgaben

Nachstehend siehst du ein räumliches Tetraeder ABCD, wobei die Punkte U, V, W und X die Mittelpunkte von vier Kanten sind. Die drei Vektoren  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AC} = \vec{b}$  und  $\vec{AD} = \vec{c}$  spannen das Tetraeder auf und seien bekannt.



- Markiere im Tetraeder die Spannvektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  als Pfeile.
- Drücke die Vektoren  $\vec{CD}$  und  $\vec{AU}$  durch die bekannten Spannvektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  aus.
- Zeige, dass  $\vec{UV}$  der Gegenvektor zu  $\vec{WX}$  ist.

Es sei nun speziell festgelegt:  $A(1/2/-2)$ ,  $B(2/5/0)$ ,  $C(0/6/1)$  und  $D(-1/1/5)$ . Der Ursprung  $(0/0/0)$  des Koordinatensystems sei mit O bezeichnet. Die Gerade g verlaufe durch die Punkte A und C, die Gerade h durch die Punkte B und D.

- Bestimme den Vektor  $\vec{AC}$ , deren Länge sowie eine Gleichung für die Gerade g.

Ein Flugzeug befindet sich zum Zeitpunkt  $t = 0$  im Punkt A und bewegt sich in Richtung C. Eine Koordinateneinheit gibt die Entfernung in km an. Nach einer Minute befindet sich das Flugzeug im Punkt C.

- Ermittle mithilfe von Aufgabenteil d) die Geschwindigkeit des Flugzeuges in km/h.

Ein zweites Flugzeug befindet sich zum Zeitpunkt  $t = 0$  im Punkte B und erreicht nach einer Minute den Punkt D.

- Beschreibe ein Verfahren zur Beurteilung der Kollisionsgefahr beider Flugzeuge. [Hinweis: Hier soll nichts gerechnet werden.]



## Materialverflechtung 1

Aus zwei Rohstoffen  $R_1$  und  $R_2$  werden drei Zwischenprodukte  $Z_1$ ,  $Z_2$  und  $Z_3$  hergestellt, die wiederum zu zwei Endprodukten  $E_1$  und  $E_2$  verarbeitet werden. Die folgenden Tabellen beschreiben die Bedarfsmatrizen A und B der beiden Produktionsstufen.

A: Stufe 1	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$
$R_1$	1	3	5
$R_2$	2	4	6

B: Stufe 2	$E_1$	$E_2$
$Z_1$	1	4
$Z_2$	2	5
$Z_3$	3	6

- Skizziere einen Verflechtungsgraphen zum obigen Prozess. (3P)
- Berechne die Bedarfsmatrix C des Gesamtprozesses und interpretiere den Eintrag  $c_{21}$ .

Ein Kunde bestellt 100 Einheiten  $E_1$  und 50 Einheiten  $E_2$ .

- Bestimme mithilfe der Bedarfsmatrix C den Rohstoffbedarf für die Kundenbestellung.

Eine Einheit des Rohstoffes  $R_1$  kostet 10 €, eine Einheit der Rohstoffe  $R_2$  und  $R_3$  kosten jeweils 15 €.

- Berechne die Rohstoffkosten für den obigen Kundenauftrag.

Die Produktionskosten für eine Einheit  $Z_1$  betragen 20 €, für eine Einheit  $Z_2$  35 € und für eine Einheit  $Z_3$  20 €. In der zweiten Produktionsstufe kostet die Herstellung von einer Einheit  $E_1$  50 € und von einer Einheit  $E_2$  75 €.

- Bestimme für die obige Bestellung die Produktionskosten beider Produktionsstufen.

## Materialverflechtung 2

In einer Düngemittelfabrik werden aus drei Grundstoffen  $G_1$ ,  $G_2$  und  $G_3$  zunächst zwei Zwischenprodukte  $Z_1$  und  $Z_2$  hergestellt. Daraus werden zwei Düngersorten  $D_1$  und  $D_2$  gemischt (vgl. Tabellen unten).

Bedarf an einem Grundstoff $G_i$ in t zur Herstellung 1 t eines Zwischenprodukts $Z_j$		
	$Z_1$	$Z_2$
$G_1$	0,3	0,3
$G_2$	0,3	0,5
$G_3$	0,4	0,2

Bedarf an einem Zwischenprodukt $Z_j$ in t zur Herstellung 1 t eines Endprodukts $D_k$		
	$D_1$	$D_2$
$Z_1$	0,3	a
$Z_2$	0,7	b

a) Gib die Bedarfsmatrizen  $A_{GZ}$ ,  $A_{ZD}$  der beiden Produktionsstufen an.

Für die Produktion von 3 t  $D_1$  und 4 t  $D_2$  werden 3,3 t  $Z_1$  und 3,7 t  $Z_2$  benötigt.

b) Bestimme die Parameter a und b in der Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix. [Kontrollergebnis: a = 0,6 und b = 0,4]

c) Berechne die Bedarfsmatrix  $A_{GD}$  des Gesamtprozesses.

d) Bestimme, wie viel t der Grundstoffe für 3 t  $D_1$  und 4 t  $D_2$  gebraucht werden.

Im Lager sind noch 45 t  $G_1$  und 55 t  $G_2$ .

e) Untersuche, ob es möglich ist, die Grundstoffe  $G_1$  und  $G_2$  durch Herstellung von Zwischenprodukten restlos aufzubreuchen, und ermittle, wie viele Tonnen der einzelnen Zwischenprodukte mit diesen Lagerbeständen produziert werden können.

### Materialverflechtung 3

Die Unternehmung Inter-Electronics braucht zur Fertigung ihrer Mikroprozessoren  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  und  $M_4$  die Rohstoffe  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$ . Die pro Mikroprozessor benötigten Mengeneinheiten an Rohstoffen ergeben sich aus der linken Tabelle. Das Unternehmen stellt aus den Mikroprozessoren die Steuergeräte  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  her. Die Anzahl der pro Steuergerät benötigten Mikroprozessoren ist der rechten Tabelle zu entnehmen.

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$
$R_1$	1	4	3	2
$R_2$	2	2	0	4
$R_3$	0	1	2	2

	$S_1$	$S_2$	$S_3$
$M_1$	2	3	4
$M_2$	1	2	2
$M_3$	0	1	1
$M_4$	1	0	1

ME = Mengeneinheiten, GE = Geldeinheiten

a) Bestimme die Matrix, welche den Rohstoffbedarf für die Steuergeräte angibt.

Die Rohstoffpreise pro ME betragen 0,25 GE für  $R_1$ , 2,4 GE für  $R_2$  und 16,5 GE für  $R_3$ .

b) Berechne die Rohstoffgesamtkosten für jedes der drei Steuergeräte.

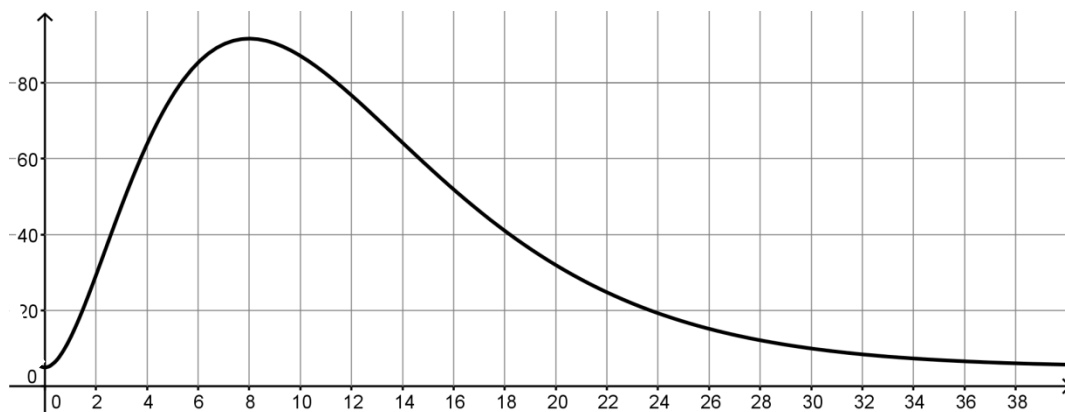
Die Firma liefert die Rohstoffe für 100 Geräte  $S_1$ , 300 Geräte  $S_2$  und 200 Geräte  $S_3$ .

c) Bestimme den Rohstoffbedarf und in Anlehnung an Teil b) den Gesamtpreis des Auftrages.

d) Untersuche, wie viele Steuergeräte  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  aus folgenden Rohstoffmengen hergestellt werden: 11050 ME von  $R_1$ , 9500 ME von  $R_2$  und 3550 ME von  $R_3$ .

## Heuschreckenplage 1 - Exponentialfunktion mit Sachzusammenhang

$$f(x) = 5 + 10x^2 e^{-\frac{1}{4}x}, 0 \leq x \leq 20,$$



a) (8P)

- Graph von  $f$  beschreibt die Anzahl der Heuschrecken  $f(x)$  in Mio. nach  $x$  Tagen. (1P)
- Der Startwert ist das globale Minimum und beträgt 5 Mio. (2P)
- Das globale Maximum wird nach 8 Tagen erreicht und beträgt ca. 90 Mio. Tiere. (2P)
- Zunahme bzw. Abnahme der Heuschreckenzahl ist an den Wendestellen (ca. 3 und 14 Tage) lokale am extremsten (größten und kleinsten). (2P)
- Langfristig pendelt sich die Population bei 5 Mio. Heuschrecken ein. (1P)

b) (10P)

- $f'(x) = (-2,5x^2 + 20x) \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$  (Produkt-, Kettenregel sowie Faktor-, Summenregel) (3P)
- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  und  $x = 8$  (2P)
- $f''(0) > 0$ ,  $f(0) = 5$ ,  $f(20) \approx 31,95$ : 0 ist globale Minimumstelle (3P)
- $f''(8) < 0$ ,  $f(8) \approx 91,61$ : 91,61 ist globales Maximum. (2P)

c) (3P)

- $h(x) = 4 \cdot f(x) = 20 + 40x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$  (2P)
- Heuschreckenzahl in Mio. mal 4 ha pro Tag ergibt die Einheit Mio. ha pro Tag. (1P)

d) (4P)

- $\int_0^{20} h(x) dx$  (2P)
- Flächen unter dem Graphen von  $h$  beschreibt die in den ersten zwanzig Tagen zerstörte Fläche in Mio. ha. (2P)

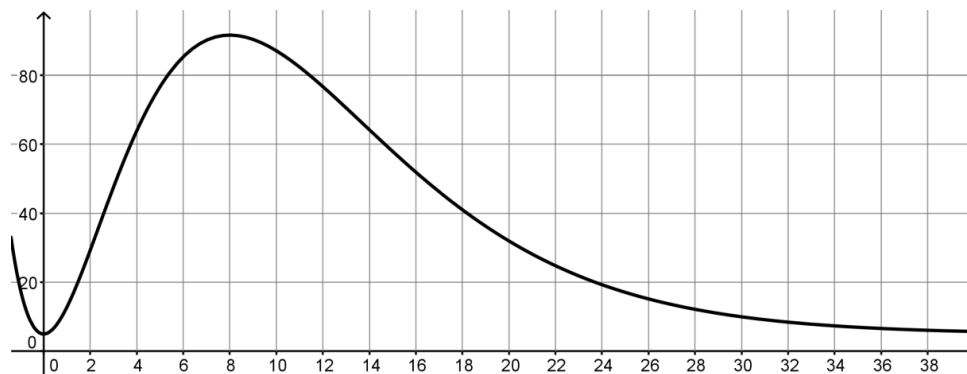
Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

**Einstiegsfrage zu LGS:** Gegeben sei das LGS mit (I)  $x + y = 10$  und (II)  $x + y + z = 20$ .

- Welche Möglichkeiten für die Lösungsmenge gibt es? (eine, keine,  $\infty$  viele Lösungen)
- Löse es. ( $z = 10$  und  $y = 10 - x$  für ein beliebiges  $x$ , d. h. unendlich viele Lösungen)

## Heuschreckenplage 2 – Exponentialfunktion mit Sachzusammenhang

$$f(x) = 5 + 10x^2 e^{-\frac{1}{4}x}, 0 \leq x \leq 20,$$



a) (4P)

- $f(20) \approx 31,95$  (2P)
- $5 + 10x^2 e^{-\frac{1}{4}x} > 5 > 0$ , da  $10x^2 > 0$  und  $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$ . (2P)

b) (10P)

- $f'(x) = (-2,5x^2 + 20x) \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$  (Produkt-, Kettenregel sowie Faktor-, Summenregel) (3P)
- $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 8 + 4\sqrt{2} \approx 13,66$  und  $x = 8 - 4\sqrt{2} \approx 2,34$  (3P)
- $f'''(8 + 4\sqrt{2}) < 0$  und  $f'''(8 - 4\sqrt{2}) > 0$ :  $8 \pm 4\sqrt{2}$  sind Wendestellen von  $f$  (2P)
- Die Wendestellen geben die Zeitpunkte an, bei denen die Zunahme bzw. Abnahme der Heuschreckenanzahl lokal am größten bzw. kleinsten ist. (2P)

c) (2P)

- $\frac{1}{20-0} \cdot \int_0^{20} f(x) dx$  gibt die durchschnittliche Heuschreckenanzahl der ersten 20 Tage an.

c) (3P)

- $h(x) = 10 \cdot f(x) = 50 + 100x^2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$  (2P)
- Heuschreckenzahl in Mio. mal 10 ha pro Tag ergibt die Einheit Mio. ha pro Tag. (1P)

d) (6P)

- Die Wirkungsfunktion  $H$  von  $h$  beschreibt die **insgesamt** zerstörte Fläche in Mio. ha. (2P)
- Es gilt  $H'(x) = h(x)$  und  $H(0) = 10000$ , d. h.  $H$  ist die eindeutig bestimmte Stammfunktion von  $h$  mit  $H(0) = 10000$ . (4P)

Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

### Einstiegsfrage zur Materialverflechtung:

- Beschreibe einen zweistufigen Prozess, bei dem aus zwei Grundstoffen über drei Zwischenprodukte zwei Endprodukte hergestellt werden mithilfe eines Grafens und mithilfe von Matrizen.

## Handyverkauf 1 - Exponentialfunktion mit Sachzusammenhang

$$f(t) = 200 \cdot (t - 15) \cdot e^{-0,01 \cdot t} + 3000$$



a) (8P)

- Graph stellt die Verkaufsrate in Handys pro Tag dar. (1P)
- Zu Beginn: Verkaufsrate ist mit 0 global am kleinsten. (2P)
- Nach ca. 125 Tagen ist die Zahl der täglich verkauften Handys mit ca. 9300 Handys pro Tag global am größten. (2P)
- Die Verkaufsrate nimmt zu Beginn global am schnellsten zu und nach ca. 250 Tagen lokal am schnellsten ab. (2P)
- Langfristig werden 3000 Handys pro Tag verkauft. (1P)

b) (7P)

- $f'(t) = (230 - 2t) \cdot e^{-0,01 \cdot t}$  (Produkt-, Ketten-, Summenregel) (3P)
- $f'(t) = (230 - 2t) \cdot e^{-0,01 \cdot t} = 0 \Leftrightarrow 230 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = 115$  (3P)
- $f''(115) < 0, f(115) \approx 9333$ : Nach 115 Tagen wird eine maximale Verkaufsrate von 9233 Handys pro Tag erreicht. (2P)

c) (3P)

- $f'(t) = (230 - 2t) \cdot e^{-0,01 \cdot t} < 0$  für  $t > 115$ , da  $230 - 2t < 0$  und  $e^{-0,01 \cdot t} > 0$ .

d) (2P)

- $\frac{1}{115-0} \cdot \int_0^{115} f(t) dt$  beschreibt die durchschnittliche Verkaufsrate der ersten 115 Tage.

e) (5P)

- $\int_0^{115} f(t) dt = F(115) - F(0)$ , wobei F eine Stammfunktion zu f ist. (3P)
- Anzahl der verkauften Handys in den ersten 115 Tagen. (2P)

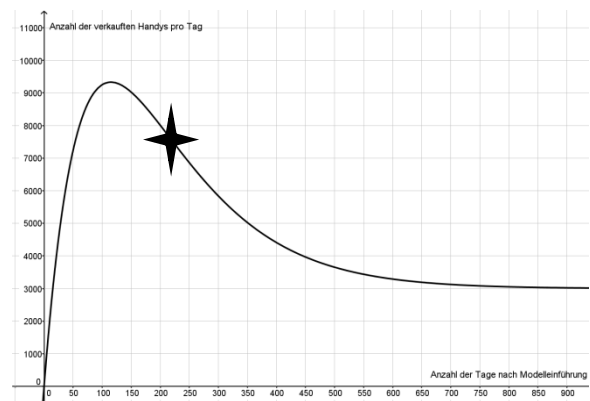
Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

### Einstiegsfrage zur Materialverflechtung:

- Erkläre die Begriffe „Inputvektor“ und „Outputvektor“ an einem selbst gewählten Beispiel aus der Materialverflechtung.

## Handyverkauf 2 - Exponentialfunktion mit Sachzusammenhang

$$f(t) = 200 \cdot (t - 15) \cdot e^{-0,01 \cdot t} + 3000$$



a) (2P)

- $f(9) = 200 \cdot (9 - 15) \cdot e^{-0,01 \cdot 9} + 3000 \approx 1903$  Handys pro Tag (1P)
- $f(9)$  beschreibt die Verkaufsrates am 9 Tag in Handys pro Tag (1P)

b) (2P)

- $f(t) = 200 \cdot (t - 15) \cdot e^{-0,01 \cdot t} + 3000 \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 3000$  (1P)
- Denn:  $200 \cdot (t - 15) \cdot e^{-0,01 \cdot t}$  strebt gegen Null für große Werte für  $t$ , da der  $e$ -Term (er strebt gegen Null) das Verhalten dominiert. (1P)

c) (6P)

- $f'(t) = (230 - 2t) \cdot e^{-0,01 \cdot t}$  (Produkt-, Ketten-, Summenregel) (3P)
- $f'(t) = (230 - 2t) \cdot e^{-0,01 \cdot t} < 0$  für  $t > 115$ , da  $230 - 2t < 0$  und  $e^{-0,01 \cdot t} > 0$  (3P)

d) (8P)

- Einzeichnen des WP (siehe oben) (1P)
- $f''(t) = (-4,3 + 0,02t) \cdot e^{-0,01 \cdot t} = 0 \Leftrightarrow -4,3 + 0,02t = 0 \Leftrightarrow t = 215$  (3P)
- $f'''(215) > 0$  und  $f(215) \approx 7659$ :  $W(215/7659)$  ist lokaler WP. (2P)
- WP beschreibt den Zeitpunkt, an dem die Verkaufsrates am stärksten abnimmt. (2P)

e) (2P)

- $\frac{1}{365-0} \cdot \int_0^{365} f(t) dt$  beschreibt die durchschnittliche tägliche Verkaufsrates im ersten Jahr.

f) (5P)

- $\int_0^{365} f(t) dt = F(365) - F(0)$ , wobei  $F$  eine Stammfunktion zu  $f$  ist. (3P)
- Anzahl der verkauften Handys im ersten Jahr. (2P)

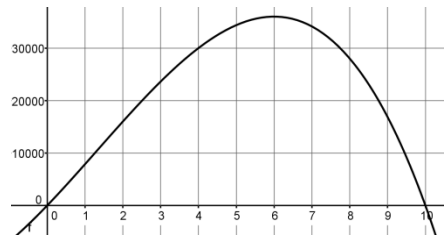
Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

### Einstiegsfrage zur Materialverflechtung:

- Erkläre den Begriff „Bedarfsmatrix“ im Zusammenhang der Materialverflechtung

## Besucherandrang in einem Freizeitpark - GRF im Sachzusammenhang

$$f(x) = -125 \cdot x^3 + 500 \cdot x^2 + 7500 \cdot x$$



a) (2P)

- $f(1) = -125 \cdot 1^3 + 500 \cdot 1^2 + 7500 \cdot 1 = 6875$  Besucher

b) (4P)

- $f(x) = -125x^3 + 500x^2 + 7500x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (-125x^2 + 500x + 7500) = 0$

- $\Leftrightarrow x = 0 \vee -125x^2 + 500x + 7500 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 - 4x - 60 = 0$

- $\Leftrightarrow x = 0 \vee (x - 10)(x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 10 \vee x = -6$  (3P)

- Der Park wird um 20 Uhr geschlossen (1P)

c) (6P)

- $f'(x) = -375 \cdot x^2 + 1000 \cdot x + 7500$  und  $f''(x) = -750 \cdot x + 1000$  (2P)

- $f'(x) = -375 \cdot x^2 + 1000 \cdot x + 7500 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \vee x = -\frac{10}{3}$  (3P)

- $f''(6) = -3500 < 0$ : Nach 6 Stunden ist die Besucherzahl am größten. (1P)

d) (4P)

- $f''(x) = -750 \cdot x + 1000 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$  (2P)

- $f'''(x) = -750$ : Um 11:20 ist der Andrang an den Kassen am größten (2P)

e) (4P)

- $F(x) = -31,25 \cdot x^4 + \frac{500}{3} \cdot x^3 + 3750 \cdot x^2 + c$  (2P)

- $\int_0^{10} f(x) dx = F(10) - F(0) \approx 229167$  (gibt die Besucherstunden eines Tages an) (2P)

f) (2P)

- $\frac{1}{10-0} \cdot \int_0^{10} f(x) dx \approx 22917 =$  durchschnittliche stündliche Besucherzahl eines Tages an.

g) (3P)

- Schnittstellen von  $f$  und  $g$  mit  $g(x) = 30000$  bestimmen. Zwischen diesen  $x$ -Werten gilt  $f(x) > g(x)$ . In diesem Zeitraum muss Personal eingestellt werden.

Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

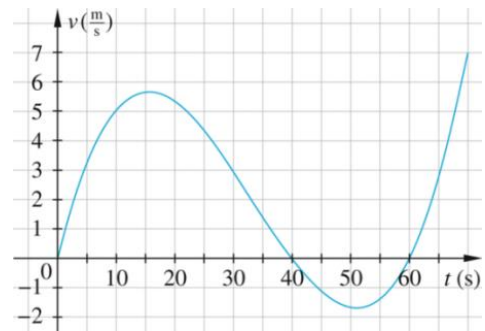
### Einstiegsfrage zur Materialverflechtung:

- Erkläre, wie Matrizenmultiplikation und Materialverflechtung zusammenhängen.



## Geschwindigkeitsverlauf einer Draisine - GRF im Sachzusammenhang

$$v(t) = \frac{1}{3000} \cdot t^3 - \frac{1}{30} \cdot t^2 + \frac{4}{5} \cdot t$$



a) (8P)

- Geschwindigkeitsverlauf einer Draisine. (1P)
- Die Geschwindigkeit steigt bis zum lokalen Maximum von ca. 5,7 m/s nach 15 s, fällt bis zum globalen Minimum von ca. -1,8 m/s nach ca. 53 s und steigt dann wieder bis zum globalen Maximum nach 70 s (7m/s). (3P)
- Die Richtung wird nach 40 und 60 Sekunden an den Nullstellen geändert. (2P)
- Die Abnahme der Geschwindigkeit ist nach ca. 30 Sekunden am größten, die Zunahme der Geschwindigkeit scheint zu Beginn bzw. am Ende am größten zu sein. (2P)

b) (8P)

- $v'(t) = \frac{1}{1000} \cdot t^2 - \frac{1}{15} \cdot t + \frac{4}{5}$  und  $v''(t) = \frac{1}{500} \cdot t - \frac{1}{15}$  (2P)
- $v'(t) = \frac{1}{1000} \cdot t^2 - \frac{1}{15} \cdot t + \frac{4}{5} = 0 \Leftrightarrow t^2 - \frac{1000}{15} \cdot t + 800 = 0 \Leftrightarrow t \approx 16 \wedge t \approx 51$  (3P)
- $v''(51) < 0, v(51) \approx -1,9$ :  $v(51)$  ist globales Minimum im Zeitintervall  $[0; 70]$ . (2P)
- Kleinste Geschwindigkeit der Draisine. (1P)

c) (2P)

- $s(t) = \frac{1}{12000} \cdot t^4 - \frac{1}{90} \cdot t^3 + \frac{2}{5} \cdot t^2$  (1P)
- $s$  beschreibt die Entfernung vom Startpunkt. (1P)

d) (2P)

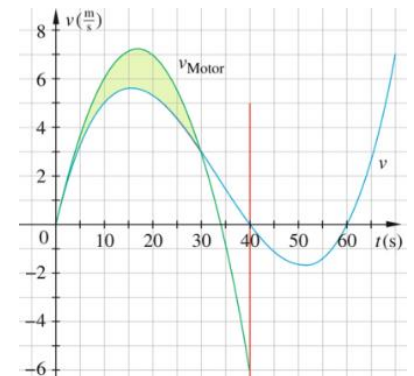
- $s(10) \approx 29,72$  m (2P)

e) (2P)

- $\frac{1}{10-5} \cdot \int_5^{10} v(t)dt =$  mittlere Geschwindigkeit zwischen Sekunde 5 und 10. (2P)

f) (3P)

- $\int_0^{30} v_{\text{Motor}}(t) - v(t)dt$  (2P)
- Abstand der beiden Draisinen (1P)



Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

### Einstiegsfrage zu Vektoren und Geraden:

- Erkläre, was unter einem Vektor zu verstehen ist.

## Ganzrationale Funktionenschar ohne Sachzusammenhang

$$f_t(x) = x^4 + t \cdot x^3 \quad (t \neq 0).$$

a) (4P)

- $f_t(x)$  hat Potenzen von  $x$  vom Grad 3 und 4  $\Rightarrow$  Graphen sind nicht symmetrisch. (2P)
- Die Graphen verlaufen für jedes  $t$  von links oben nach rechts oben (betrachte  $x^4$ ). (2P)

b) (3P)

- $f_t(x) = x^4 + t \cdot x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3 \cdot (x + t) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -t$

c) (8P)

- $f_t'(x) = 4x^3 + 3tx^2$ ,  $f_t''(x) = 12x^2 + 6tx$  (2P)
- $f_t'(x) = 4x^3 + 3tx^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (4x + 3t) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -0,75t$  (3P)
- $f_t''(-0,75t) > 0$ :  $-0,75t$  ist eine lokale Minimumstelle von  $f_t$ , die als einzige Extremstelle und wegen a) global ist. (2P)

d) (3P)

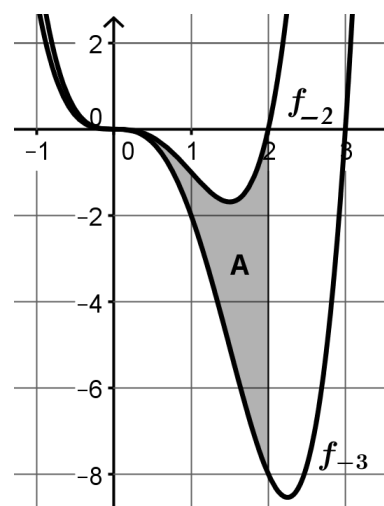
- $f_t'(0) = f_t''(0) = 0$  und  $f_t'''(0) = 6t \neq 0$ .

e) (5P)

- $F_t(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{t}{4}x^4$  (1P)
- $\int_0^1 f_t(x)dx = F_t(1) - F_t(0) = \frac{1}{5} + \frac{t}{4}$  (3P)
- Bedeutung: Flächeninhalt des Graphen von  $f_t$  über dem Intervall  $[0; 1]$ . (1P)

f) (2P)

- $\int_0^2 [f_{-2}(x) - f_{-3}(x)]dx$



Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

### Einstiegsfrage zu Vektoren und Geraden:

- Beschreibe die Idee des Gaußverfahrens an einem Beispiel eines 2x2-LGS.

## Vektoren - Geraden im Raum - Bewegungsaufgaben

a) (1P)

b) (4P)

- $\overrightarrow{CD} = -\vec{b} + \vec{c}$  (1P)
- $\overrightarrow{AU} = \vec{c} - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{CD} = \vec{c} - \frac{1}{2}(-\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$  (3P)

c) (6P)

- $\overrightarrow{UV} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{CD} - \frac{1}{2} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}(-\vec{b} + \vec{c}) - \frac{1}{2} \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{b}$  (3P)
- $\overrightarrow{WX} = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} + \frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} \cdot \vec{b}$  (3P)

d) (6P)

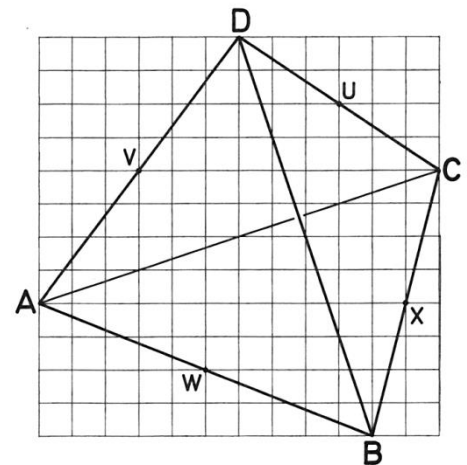
- $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 6 - 2 \\ 1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  (2P)
- $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + 3^2} = \sqrt{26}$  (2P)
- $g: \vec{X} = \vec{A} + \mu \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  (2P)

e) (3P)

- Das Flugzeug legt  $\sqrt{26}$  km in einer Minute zurück. Daher legt es  $60 \cdot \sqrt{26} \approx 306$  km in einer Stunde zurück.  $v \approx 306$  km/h.

f) (5P)

- Bestimme die Gerade durch die Punkte B und D mit einem Parameter s. (1P)
- Untersuche die Lagebeziehung von  $g_{AC}$  und  $g_{BD}$ . (1P)
- Sind die Geraden windschief, besteht keine Gefahr der Kollision. (1P)
- Haben die Geraden einen Schnittpunkt, müssen für eine Kollision zusätzlich noch s und t gleich sein. (2P)



Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

### Einstiegsfrage zu GRF im Sachzusammenhang:

- Eine ganzrationale Funktion beschreibt die Geschwindigkeit eines Zuges in Abhängigkeit von der Zeit. Gib die Bedeutung der Wirkungsfunktion an und erkläre, wie man sie bestimmen kann.

# Materialverflechtung 1

A: Stufe 1	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>
R <sub>1</sub>	1	3	5
R <sub>2</sub>	2	4	6

B: Stufe 2	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>
Z <sub>1</sub>	1	4
Z <sub>2</sub>	2	5
Z <sub>3</sub>	3	6

a) klar (4P)

b) (6P)

- $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 49 \\ 28 & 64 \end{pmatrix}$  (4P)

- $c_{21} = 28$  gibt an, dass für 1 Einheit des ersten Endprodukts 28 Einheiten des zweiten Rohstoffes benötigt werden. (2P)

c) (4P)

- Ansatz:  $\vec{x} = C \cdot \vec{y}$  mit dem Outvektor  $\vec{y}$  und dem Inputvektor  $\vec{x}$  (2P)

- $\vec{x} = \begin{pmatrix} 22 & 49 \\ 28 & 64 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4650 \\ 6000 \end{pmatrix}$  (2P)

- Für den Output von 100 Einheiten E<sub>1</sub> und 50 Einheiten E<sub>2</sub> benötigt man einen Input von 4650 Einheiten R<sub>1</sub> und 6000 Einheiten R<sub>2</sub>.

d) (3P)

- Kosten der Rohstoffe für den obigen Auftrag =  $(10 \quad 15) \begin{pmatrix} 4650 \\ 6000 \end{pmatrix} = (52515)$  (4P)

- Alternativ elementar: Rohstoffkosten =  $10 \cdot 4650 + 15 \cdot 6000 = 52515$

e) (8P)

- $P(\text{Stufe 1}) = (20 \quad 35 \quad 20) \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}}_{\text{Bedarfsmatrix der zweiten Stufe}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix}}_{\text{Outputvektor der Endprodukte}}$   
 $= (20 \quad 35 \quad 20) \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 300 \\ 450 \\ 600 \end{pmatrix}}_{\text{Inputvektor an Zwischenprodukten}} = (33750)$  (5P)

- $P(\text{Stufe 2}) = (50 \quad 75) \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix} = (8750)$  (3P)

Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

## Einstiegsfrage zu EXP im Sachzusammenhang:

- Eine Funktion beschreibt die Abkühlgeschwindigkeit einer Flüssigkeit bei 20 Grad Celsius. Skizziere einen Graphen zur Situation.

## Materialverflechtung 2

Bedarf an einem Grundstoff $G_i$ in t zur Herstellung 1 t eines Zwischenprodukts $Z_j$		
	$Z_1$	$Z_2$
$G_1$	0,3	0,3
$G_2$	0,3	0,5
$G_3$	0,4	0,2

Bedarf an einem Zwischenprodukts $Z_j$ in t zur Herstellung 1 t eines Endprodukts $D_k$		
	$D_1$	$D_2$
$Z_1$	0,3	a
$Z_2$	0,7	b

a) (2P)

- $A_{GZ} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 \\ 0,3 & 0,5 \\ 0,4 & 0,2 \end{pmatrix}$  und  $A_{ZD} = \begin{pmatrix} 0,3 & a \\ 0,7 & b \end{pmatrix}$

b) (6P)

- Ansatz:  $\vec{x} = A_{ZD} \cdot \vec{y}$  mit dem Outvektor  $\vec{y}$  und dem Inputvektor  $\vec{x}$  (2P)

- $\begin{pmatrix} 0,3 & a \\ 0,7 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,3 \\ 3,7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = 0,6, b = 0,4$  (4P)

c) (4P)

- $A_{GD} = A_{GZ} \cdot A_{ZD} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 \\ 0,3 & 0,5 \\ 0,4 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,3 & 0,6 \\ 0,7 & 0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 \\ 0,44 & 0,38 \\ 0,26 & 0,32 \end{pmatrix}$

d) (6P)

- Ansatz:  $\vec{x} = A_{GD} \cdot \vec{y}$  mit dem Outvektor  $\vec{y}$  und dem Inputvektor  $\vec{x}$  (2P)

- $\begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 \\ 0,44 & 0,38 \\ 0,26 & 0,32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,1 \\ 2,84 \\ 2,06 \end{pmatrix}$  (4P)

e) (7P)

- Ansatz:  $\vec{x} = A_{GZ} \cdot \vec{y}$  mit dem Outvektor  $\vec{y}$  und dem Inputvektor  $\vec{x}$  (2P)

- $\begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 \\ 0,3 & 0,5 \\ 0,4 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 \\ 55 \\ g_3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 0,3a + 0,3b = 45, 0,3a + 0,5b = 55, 0,4a + 0,2b = g_3$

Lösung:  $a = 100, b = 50$  (durch die ersten beiden Gleichungen bestimmbar) (4P)

- $g_3 = 50$  (1P)

Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

### Einstiegsfrage zu EXP im Sachzusammenhang:

- Eine Funktion beschreibt die Wachstumsgeschwindigkeit einer Fichte in Abhängigkeit von der Zeit. Erkläre an diesem Beispiel den Begriff der Wirkungsfunktion.

## Materialverflechtung 3

	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>
R <sub>1</sub>	1	4	3	2
R <sub>2</sub>	2	2	0	4
R <sub>3</sub>	0	1	2	2

	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>
M <sub>1</sub>	2	3	4
M <sub>2</sub>	1	2	2
M <sub>3</sub>	0	1	1
M <sub>4</sub>	1	0	1

a) (6P)

$$\bullet A_{RS} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 14 & 17 \\ 10 & 10 & 16 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

b) (4P)

$$\bullet (0,25 \quad 2,4 \quad 16,5) \begin{pmatrix} 8 & 14 & 17 \\ 10 & 10 & 16 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} = (75,50 \quad 93,50 \quad 141,65)$$

c) (10P)

• Ansatz:  $\vec{x} = A_{RS} \cdot \vec{y}$  mit dem Outvektor  $\vec{y}$  und dem Inputvektor  $\vec{x}$  (2P)

$$\bullet \begin{pmatrix} 8 & 14 & 17 \\ 10 & 10 & 16 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8400 \\ 7200 \\ 2700 \end{pmatrix} \quad (4P)$$

$$\bullet (75,50 \quad 93,50 \quad 141,65) \begin{pmatrix} 100 \\ 300 \\ 200 \end{pmatrix} = (0,25 \quad 2,4 \quad 16,5) \begin{pmatrix} 8400 \\ 7200 \\ 2700 \end{pmatrix} = (63930) \quad (4P)$$

d) (5P)

• Ansatz:  $\vec{x} = A_{RS} \cdot \vec{y}$  mit dem Outvektor  $\vec{y}$  und dem Inputvektor  $\vec{x}$  (2P)

$$\bullet \begin{pmatrix} 8 & 14 & 17 \\ 10 & 10 & 16 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11050 \\ 9500 \\ 3550 \end{pmatrix} \text{ hat die Lösung } a = 150, b = 400 \text{ und } c = 250 \quad (3P)$$

Bewertung	25-22	21-18	17-14	13-11	10	9-5	< 5
	1	2	3	4	4-	5	6

**Einstiegsfrage zu EXP im Sachzusammenhang:**

- Eine Funktion beschreibt die Wachstumsgeschwindigkeit einer Fichte in Abhängigkeit von der Zeit. Skizziere einen möglichen Verlauf für den Graphen dieser Funktion.