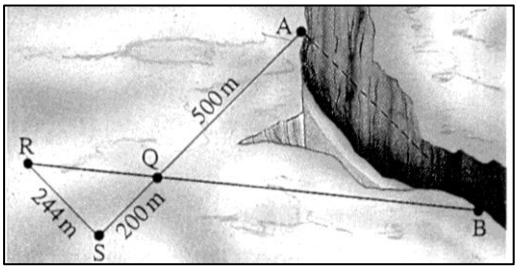
Vorbereitungsaufgaben zur 2. Klausur in 10.1

Aufgabe 1 (Messung im Gelände und zentrische Streckung)

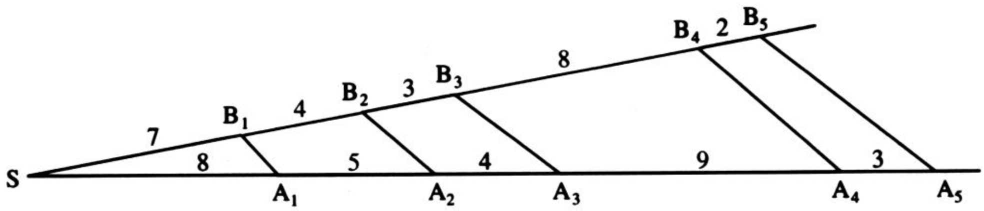


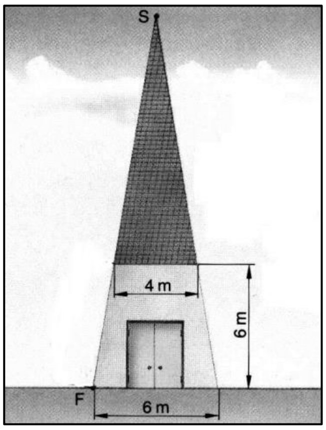
Zwei Punkte A und B liegen am Rand einer Schlucht in ebenem Gelände. Ihr Abstand soll mit Hilfe der Punkte Q, R und S bestimmt werden. Sie sind so gewählt, dass $\overline{RS}$ zu $\overline{AB}$ parallel ist.

a) Begründe, dass die beiden Dreiecke QRS und AQB ähnlich sind. [Hinweis: Begründe, dass die Dreiecke die gleichen Innenwinkel besitzen.]
b) Gib den Streckfaktor k an, mit dem das kleinere Dreieck QRS vom Streckzentrum Q aus zentrisch zum größeren Dreieck AQR gestreckt wird.
c) Berechne aus den Angaben den Abstand der Punkte A und B.

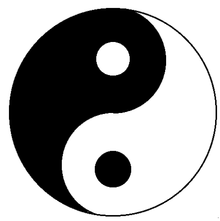
Aufgabe 2 (Dies und Das zum Strahlensatz)

a) Welche der Strecken in der Abbildung unten links sind parallel? Begründe Deine Aussagen ohne Geodreieck und ohne zu messen.
b) Wie hoch ist der Kirchturm rechts? Gib Deinen Rechenweg an.
c) Wie lang ist die Kante $\overline{FS}$? Gib Deinen Lösungsweg an.





Aufgabe 3 (Firmenlogo)



Das Firmenlogo rechts beruht auf dem Symbol aus der chinesischen Philosophie (Yang = Sonne, Yin = Schatten). Das symmetrische Logo soll auf dem Dach der Hauptzentrale in Peking aufgestellt werden. Es hat einen Durchmesser von 60 m. Die kleinen Kreisen haben einem Durchmesser von 10 m, die mittelgroßen Halbkreise einen Radius von 15 m.

a) Zeichne das Logo in einem Maßstab von 1:500. [Hinweis: 1 cm auf dem Papier entspricht 500 cm in Natur]

Die Begrenzungslinien der Kreise und Halbkreise werden beidseitig mit weißen Glühbirnen bestückt (alle 10 cm eine Glühbirne).

b) Wie viele weiße Glühbirnen werden gebraucht? Schreibe deine Rechnungen auf.

Die dunkle Flächen sollen beidseitig mit roten und die hellen Flächen beidseitig mit grünen Birnen ausgestattet werden (auf einem Quadratmeter 100 Glühbirnen).

c) Wie viele rote und grüne Birnen werden gebraucht? Notiere deinen Lösungsweg.
d) Wie viel % aller Glühbirnen sind weiß, rot und grün? Gib die Rechnungen an.

Von 1000 weißen Glühbirnen sind im Schnitt fünf Birnen Ausschussware. Bei den bunten Glühbirnen ist 1 % defekt.

e) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem zufälligen Ziehen einer weißen und einer bunten Birne beide Birnen Ausschussware sind? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem zufälligen Ziehen einer weißen und einer bunten Birne beide Birnen intakt sind? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem zufälligen Ziehen einer weißen und einer bunten Birne genau eine Birne kaputt ist? Zeichne ein zweistufiges Baumdiagramm, und notiere deine Rechnungen.

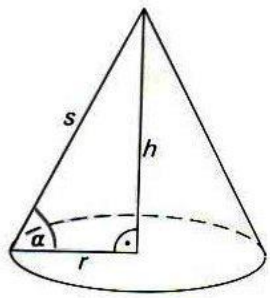
Aufgabe 4 (Der übergroße Fußball)

Nach den Regeln des Fußball-Weltverbandes (FIFA) ist ein Fußball regelgerecht, wenn er

- kugelförmig ist,
- aus einem geeigneten Material gefertigt ist,
- einen Umfang zwischen 68,5 und 70 cm hat,
- zu Spielbeginn ein Gewicht von mindestens 410 Gramm, jedoch höchstens 450 Gramm besitzt und
- einen Überdruck zwischen 0,6 und 1,1 bar hat.

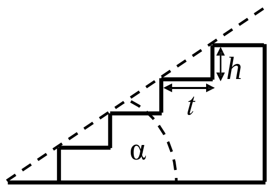
Wie groß wäre wohl ein 1,84 m großer Fußballspieler, der mit dem rechts befindlichen Ball spielen müsste? Gib Deinen Rechenweg an.

Aufgabe 5 (Kegelaufgaben aus verschiedenen ZP-10-Klausuren)



a) Bestimme das Volumen eines Kegels mit dem Radius 10 cm und einer Höhe von 30 cm.
b) Ein kegelförmiger Partyhut hat am unteren Rand einen Durchmesser von 30 cm und ist 25 cm hoch. Wie viel Papier benötigt man für die Herstellung von einem Partyhut mindestens? Notiere deine Rechnung.
c) Ein Kegel hat die Maße r = 20 cm und s = 50 cm. Berechne das Volumen des Kegels. Notiere deine Rechnung. Wie groß ist der Neigungswinkel α des Kegels? Notiere deine Rechnung.

Aufgabe 6 (Aufgabe aus der ZP-10-Klausur des Jahres 2012)



Mit Treppenstufen können Höhenunterschiede ohne Probleme überwunden werden. Dabei ist das Verhältnis zwischen **Stufenhöhe h** und **Stufentiefe t** entscheidend für ein bequemes Treppensteigen.

Es ist gesetzlich vorgeschrieben, dass bei Treppen in Wohngebäuden die Stufen mindestens 26 cm tief sein müssen und höchstens 20 cm hoch sein dürfen.

a) Eine Treppe wird mit 14 gleichen Stufen und einer Gesamthöhe von 2,60 m geplant. Erfüllt die Stufenhöhe dieser Treppe die gesetzlichen Vorschriften für Wohngebäude? Begründe deine Antwort.
b) Berechne die Steigung in Prozent für eine Treppe mit einer Stufentiefe von 27 cm und einer Stufenhöhe von 18 cm.
c) Berechne den Steigungswinkel α für die Treppe in Aufgabenteil b).

Beim Treppenbau wendet man außer der oben genannten gesetzlichen Vorschrift noch die folgende „Faustformel" für bequemes Treppensteigen an:

$$\boxed{\textbf{Stufentiefe} + 2 \bullet \textbf{Stufenhöhe} = \textbf{62 cm} \ (\pm\textbf{3cm})}$$

d) Zeige, dass bei einer Treppe mit einer Stufentiefe von 29 cm und einer Stufenhöhe von 17 cm die Faustformel eingehalten wurde.
e) Bestimme die minimale und maximale Stufenhöhe einer Treppe, die bei einer Stufentiefe von 29 cm der Faustformel entspricht.
f) Gib ein Beispiel für die Maße einer Treppenstufe an, die einen Steigungswinkel von ungefähr 20° hat und für die gleichzeitig die Faustformel gilt.

Viel Spaß und Erfolg!

Vorbereitungsaufgaben zur 2. Klausur in 10.1 – Lösungen

1a) Die Innenwinkel beider Dreiecke sind gleich groß. Denn: Die Winkel bei Q sind Scheitelwinkel und damit gleich groß. Der Winkel bei S und der bei A sind genauso Wechselwinkel wie der Winkel bei R und der bei B, da $\overline{RS}$ und $\overline{AB}$ parallel sind. Damit sind beide Dreiecke ähnlich.

1b) Es handelt sich bei der Streckung um eine Vergrößerung von Q aus in die andere Richtung. Daher ist der Streckfaktor negativ und beträgt $k = -\frac{500}{200} = -2{,}5$. Das kleine Dreieck ist als um den Faktor 2,5 vergrößert worden.

1c) Wegen der Vergrößerung um den Faktor 2,5 beträgt $\overline{AB} = 2{,}5 \cdot \overline{RS} = 244\text{ m} = 2{,}5 \cdot 610\text{ m}$

2a) Der Abstand der Punkte A_i und B_i vom Punkt S kann in folgender Tabelle abgelesen werden:

Punktepaar	1	2	3	4	5
Abstand des Punktes A_i zu S	7	**11**	14	**22**	24
Abstand des Punktes B_i zu S	8	**13**	17	**26**	29

Die Strecke $\overline{A_2B_2}$ ist parallel zu $\overline{A_4B_4}$. Denn: $\overline{A_4S} : \overline{A_2S} = 22 : 11 = 2 = 26 : 13 = \overline{B_4S} : \overline{B_2S}$ und damit liegt eine Strahlensatzfigur vor, in der $\overline{A_2B_2}$ parallel zu $\overline{A_4B_4}$ ist.

2b) Der Kirchturm ist 18 Meter hoch. Sei h die Höhe des kleinen Dreiecks. Dann ist h + 6 die Höhe des Kirchturms (großes Dreieck). Nun gilt wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke auch die Ähnlichkeit der Höhen. Damit folgt: $\frac{h+6}{h} = \frac{6}{4} \underset{\cdot h}{\Leftrightarrow} h + 6 = 1{,}5 \cdot h \underset{-h}{\Leftrightarrow} 6 = 0{,}5 \cdot h \underset{:0{,}5}{\Leftrightarrow} h = 12$. Der Turm ist also 18 m hoch.

2c) Der Kirchturm hat die Form eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Seitenlängen a gesucht sind. Man erhält daher ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten der Höhe 18 m und der halben Grundseite, also 3 m und der Hypotenuse a. Es gilt nach dem Satz des Pythagoras $a = \sqrt{18^2 + 3^2} = \sqrt{333} \approx 18{,}25$ m.

3b) Man muss den Umfang der Kreise und Halbkreise bestimmen und anschließend zwei und dann mit zehn multiplizieren. Man erhält dann $2200\,\pi \approx 6912$ weiße Glühbirnen.

3c) Die schwarze und weiße Fläche sind gleich groß, also die Hälfte des großen Kreises, d.h. $450\,\pi$ groß. Man braucht daher $90000\,\pi \approx 282743$ rote bzw. grüne Glühbirnen.

3d) Es sind 49,4 % rote bzw. grüne und 1,2 % weiße Glühbirnen.

3e) w(beiden Birnen kaputt) = $1\% \cdot 0{,}5\% = 0{,}01 \cdot 0{,}005 = 0{,}00005 = 0{,}005\%$, w(beiden Birnen intakt) = 98,505%, w(genau eine Birnen kaputt) = 1,49%

4) Der Umfang eines Fußballes beträgt etwa 69 cm, damit ist der Durchmesser etwa 21,96 cm also aufgerundet etwa 22 cm lang. Der Fußball auf dem Bild hat einen Durchmesser von etwa 2,20 m, ist also 10 Mal so groß wie ein normaler Fußball. Ein Fußballspieler, der zu dem großen Ball passte, wäre also 18,4 m groß.

5a) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 30 = 1000\pi \approx 3141{,}59\text{ cm}^3$.

5b) $r = 15$, $s = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{15^2 + 25^2} = \sqrt{850} \approx 29{,}15$. $O = \pi \cdot r \cdot (r + s) = \pi \cdot 15 \cdot \left(15 + \sqrt{850}\right) \approx 2080{,}74\text{ cm}^2$

5c) $h = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{50^2 - 20^2} = \sqrt{2100} \approx 45{,}83$. $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 20^2 \cdot \sqrt{2100} \approx 19195{,}45\text{ cm}^3$.

6a) Gesamthöhe: 2,60 m; 14 Stufen; maximale Stufenhöhe: 20 cm; 260 cm : 14 = 18,57… cm. Die Stufenhöhe erfüllt die gesetzlichen Vorgaben.

6b) Stufenhöhe 18 cm; Stufentiefe 27 cm; $\frac{18\text{ cm}}{27\text{ cm}} \approx 67\%$ **6c)** $\tan(\alpha) = \frac{h}{t} = \frac{18}{27} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(\frac{18}{27}) \approx 33{,}69°$

6d) 29 cm + 2 • 17 cm = 63 cm; Bei der Treppe wurde die Faustformel eingehalten.

6e) Mindestschrittmaß: 62 cm – 3 cm; Maximalschrittmaß: 62 cm + 3 cm; Stufentiefe 29 cm;
h_{min} = (59 cm – 29 cm) : 2 = 15 cm; h_{max} = (65 cm – 29 cm) : 2 = 18 cm

6f) (1) $\tan(20°) = \frac{h}{t} \Leftrightarrow h = \tan(20°) \cdot t \approx 0{,}36t$ und z. B. (2) t + 2h = 62. Setze h in (2) ein, und man erhält: 1,72t = 62, also $t \approx 36{,}05$ cm und damit $h \approx 0{,}36t \approx 12{,}98$ cm. Denkbar wären auch t = 34,3 und h = 12,5.