AB8 – Umfang und Flächeninhalt von kreisförmigen Flächen

1) Aug´ in Aug´

Welchen Flächeninhalt und welchen Umfang hätte das Auge bzw. die Iris einer Frau, die wirklich so groß ist wie auf dem Plakat? Wie groß wäre die Frau? Schreibe deine Rechnungen auf.

Informationstext

Das menschliche Auge wiegt ca. 7,5 Gramm, ist hohl und kugelförmig. Beim Erwachsenen hat es einen mittleren Durchmesser von 2,4 cm. Die Iris mit der Pupille im Zentrum hat einen Durchmesser von 1,2 cm.

Die durchschnittliche Körpergröße einer Frau beträgt in Deutschland 170 cm, die eines Mannes 180 cm. In den Niederlanden leben die durchschnittlich längsten Männer mit einer Körpergröße von 183 cm. Die kleinsten Frauen leben in Peru mit durchschnittlich 142 cm

2) Schnur um die Erde

Um den Äquator denke man sich straff ein Seil gespannt. Dieses wird nun an einer beliebigen Stelle aufgeschnitten und um genau einen Meter verlängert. Dann wird es zusammengebunden und wieder gleichmäßig um den Äquator gelegt. Es steht nun wegen der durchgeführten Verlängerung etwas vom Äquator ab. [Hinweis: Der Erdradius beträgt im Mittel rund 6371 Kilometer.]

a) Berechne die Länge des Äquators und untersuche rechnerisch, ob eine Maus unter dem abstehenden Seil durchpasst.

Nun übertragen wir die Überlegung auf einen 7er-Basketball. Auch hier wird ein Seil um den sogenannten Balläquator gelegt.

b) Untersuche, wie weit das Seil beim Basketball absteht. [Zur Erinnerung: Der 7er-Basketball hat einen Umfang von 75 cm bis 78 cm.]

c) Begründe, dass der Abstand des um 1 m verlängerten Seils zu einer Kugel unabhängig von der Länge des Radius der Kugel ist und immer $\frac{1}{2\pi} \approx 16$ cm beträgt

3) Besondere Kreisbogenfiguren

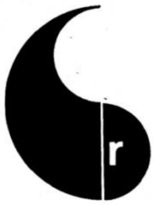
a) **Zeichne mindestens drei** Kreisbogenfiguren 1 bis 11 für r = 5 cm in dein Heft.

b) **Berechne** den Flächeninhalt und Umfang dieser Figuren.

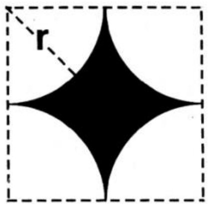
c) **Ermittle** Formeln für den Flächeninhalt und den Umfang dieser Figuren nur in Abhängigkeit von r.

d) **Bearbeite** die Aufgabenteile a) bis c) auch für **mindestens eine** der Figuren 12 bis 14.

Leichte bis mittelschwere Aufgaben



1 Horn

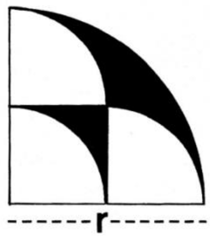


2 Stern

3 Fallschirm

4 Zwappel

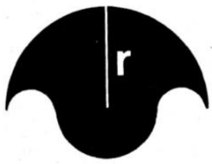
5 Beil



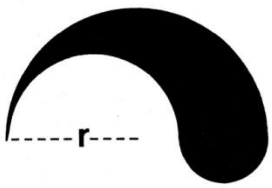
6 Schwalbe

7 Doppelsichel

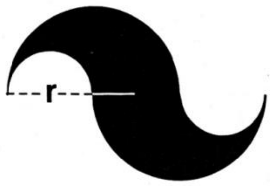
8 Gartenschirm



9 Qualle



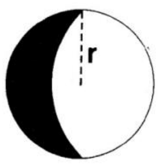
10 Delphin



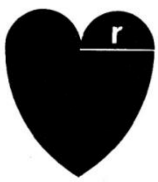
11 Wobbel

Schwere Aufgaben

12 Faltboot



13 Sichel



14 Herz

Lösungen

1) Der Durchmesser des Auges beträgt etwa die doppelte Größe des Mannes und damit ca. 3,6 m. Der Radius ist daher 1,8 m. Der Flächeninhalt lautet $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 1{,}8^2 \approx 10{,}18$ m². Der Umfang der Iris beträgt $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 3{,}6 \approx 11{,}30$ m.

Der Durchmesser der Iris beträgt etwa die Größe des Mannes und damit ca. 1,8 m. Der Radius ist daher 0,9 m. Der Flächeninhalt lautet $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}9^2 \approx 2{,}55$ m². Der Umfang der Iris beträgt $U = \pi \cdot d = \pi \cdot 1{,}8 \approx 5{,}65$ m.

Der Durchmesser der Iris in Wirklichkeit beträgt etwa 1,2 cm = 0,012 m. Nehmen wir an, die Frau ist in Wirklichkeit 1,70 m groß und sei x die Größe der Frau auf dem Plakat. Dann erhält man folgende Zuordnungspaare: 0,012 m — 1,8 m und 1,70 m — x. Daher gilt folgende Verhältnisgleichung:

$$\frac{x}{1{,}70\text{ m}} = \frac{1{,}80\text{ m}}{0{,}012\text{ m}} \underset{\cdot 1{,}70\text{ m}}{\Longleftrightarrow} x = \frac{1{,}80\text{ m}}{0{,}012\text{ m}} \cdot 1{,}70\text{ m} = 255\text{ m}$$

Sie wäre also ca. 255 m groß.

2) a) Länge des Äquators = $2\pi r = 12742\pi \approx 40030{,}17359$ km = 40030173,59 m
Länge des Äquators + 1 m = 40030174,59
Radius R des „verlängerten“ Äquators = $\frac{40030174{,}59}{2\pi} \approx 6371000{,}16$
Unterschiede der beiden Radien = R – r = 6371000,16 m − 6371000 m = 0,16 m.
Das Seil steht 0,16 m von der Erde ab. Die Maus passt durch.

b) Länge des Balläquators = 0,78 m. Radius r des Balles = $\frac{0{,}78}{2\pi} \approx 0{,}12$ m.
Länge des Balläquators + 1 m = 1,78 m
Radius R des „verlängerten“ Balläquators = $\frac{1{,}78}{2\pi} \approx 0{,}28$ m
Unterschiede der beiden Radien = R – r = 0,28 m − 0,12 m = 0,16 m.
Das Seil steht ebenfalls 0,16 m vom Ball ab.

c) Es gilt für den Umfang U der Kugel: $U = 2\pi r$. Der verlängerte Umfang beträgt U + 1. Es gilt für den verlängerten Radius R: $U + 1 = 2\pi R \underset{:2\pi}{\Leftrightarrow} R = \frac{U+1}{2\pi} = \frac{U}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} = r + \frac{1}{2\pi} \approx r + 0{,}16$

3) Hier sind die Formeln für den Flächeninhalt A und den Umfang U der Figuren 1 bis 14:

	A	U
1	$\frac{1}{2}\pi r^2$	$2\pi r$
2	$4r^2 - \pi r^2$	$2\pi r$
3	$2r^2$	$2\pi r$
4	$\frac{1}{2}\pi r^2$	$3\pi r$
5	$2r^2$	$2\pi r$
6	$\frac{1}{16}\pi r^2$	$\frac{5}{4}\pi r + r$
7	$\frac{1}{4}\pi r^2$	$2\pi r$
8	$\frac{3}{8}\pi r^2$	$2\pi r$
9	$\frac{9}{16}\pi r^2$	$2\pi r$
10	$\frac{1}{3}\pi r^2$	$2\pi r$
11	$\frac{1}{3}\pi r^2$	$2\pi r$
12	$\sqrt{2}\pi r^2 - \pi r^2 - r^2$	$3\pi r - \sqrt{2}\pi r$
13	r^2	$\pi r + \frac{1}{2}\pi\sqrt{2}r$
14	$\frac{19}{12}\pi r^2 - \sqrt{3}r^2$	$\frac{7}{3}\pi r$