# Testaufgaben zur 2. Klassenarbeit

a) Gib die drei binomischen Formeln an.

b) Multipliziere mithilfe der binomischen Formeln aus:
- $(x + 11)^2$
- $(3x - 9)^2$
- $(2x - 12) \cdot (2x + 12)$

c) Gib die allgemeine Scheitelpunktform sowie die allgemeine Form einer Parabel an. Erkläre dabei die Bedeutung der Parameter a, b, c, d und e.

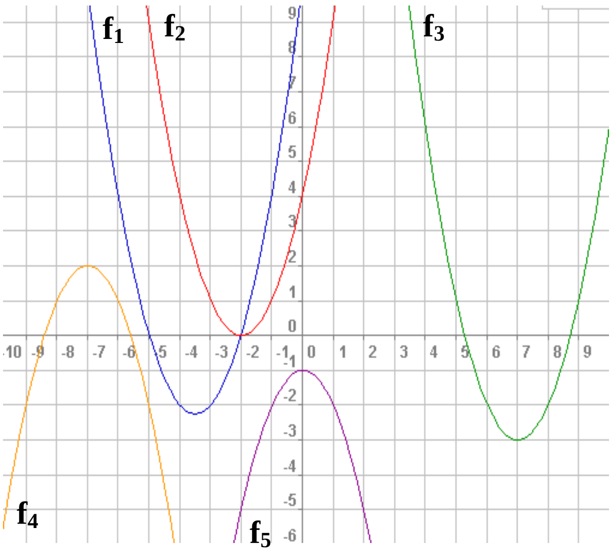
d) Zeichne folgende Parabeln in ein Koordinatensystem ein und lies die Nullstellen ab:
- $f(x) = (x - 2)^2 - 4$
- $f(x) = (x + 3)^2 - 2$
- $f(x) = -(x + 2)^2 - 4$
- $f(x) = (x - 1)^2$
- $f(x) = -(x - 1)^2 - 10$

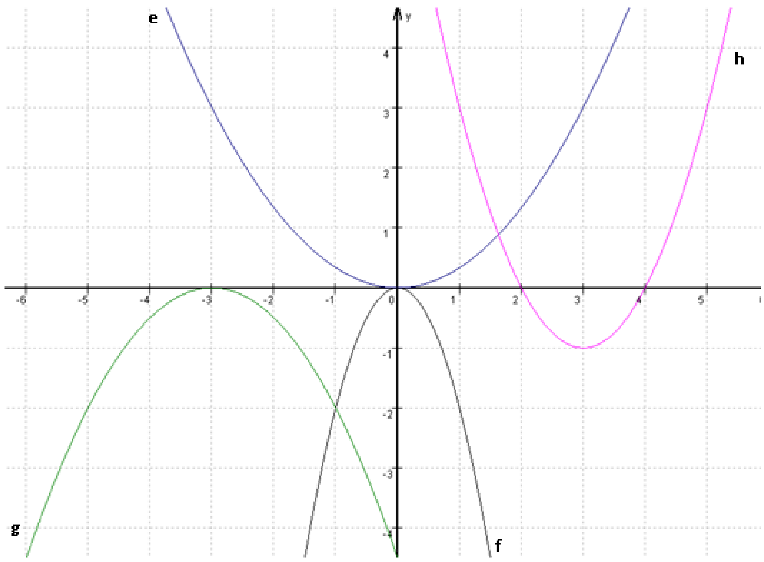
e) Gib für die fünf Parabeln aus d) jeweils den Scheitelpunkt an und berechne damit die Nullstellen.

f) Wandle in die Scheitelpunktform um, und gib jeweils die Parameter a, b, c, d und e an:
- $f(x) = x^2 + 6x - 6$
- $g(x) = -x^2 + 4x - 10$
- $h(x) = 3x^2 + 30x - 10$

g) Begründe mit Hilfe von f), wie viele Nullstellen die Funktionen f, g und h haben.

h) Gib die Scheitelpunktform der links befindlichen Normalparabeln sowie der rechts befindlichen Parabeln an.




i) Löse die folgenden Gleichungen:
- $6x - 12 = 0$
- $2x^2 - 72 = 0$
- $-2x^2 - 12x = 0$
- $(x + 11)^2 - 100 = 0$
- $-2 \cdot (x + 11)^2 + 50 = 0$
- $x^2 + 6x - 6 = 0$
- $0{,}5x^2 + 3x - 8 = 0$

j) Zeichne ein Rechteck mit dem Umfang von 20 cm. Untersuche, welches Rechteck mit dem Umfang von 20 cm, den größten Flächeninhalt hat. Begründe Deine Antwort mit Hilfe einer quadratischen Funktion. [Hinweis: Wähle für x die Länge der ersten Seite und für y den Flächeninhalt des Rechtecks.]

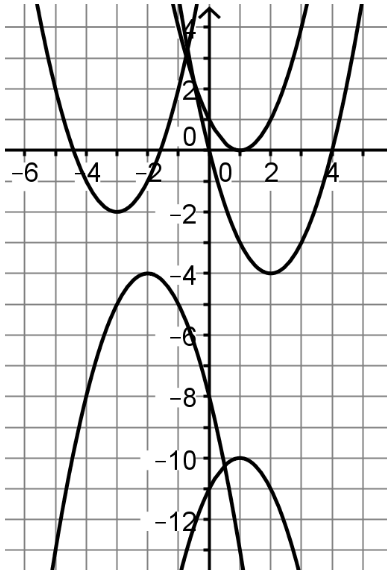
k) Zu Buch Seite 78 Nr. 2 (Hochwasser):
- Bestimme die Scheitelpunktform und die allgemeine Form der Parabel.
- Zeichne die Parabel in ein Koordinatensystem. (Verwende die Tabellenfunktion Deines Taschenrechners)
- Wie breit ist der sichtbare Teil des Bogens bei Hochwasser?

# Lösungen

**a)** 1. Binomische Formel: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 2. Binomische Formel: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; 3. Binomische Formel: $(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2$

**b)** $(x+11)^2 = x^2 + 22x + 121$; $(3x-9)^2 = 9x^2 - 54x + 81$; $(2x-12)\cdot(2x+12) = 4x^2 - 144$

**c)** Allgemeine Scheitelpunktform: $f(x) = a(x-d)^2 + e$; Allgemeine Form einer Parabel: $f(x) = ax^2 + bx + c$. Der Parameter a ist der Streckfaktor, b gibt die Steilheit im Schnittpunkt mit der y-Achse an, c ist die Schnittstelle mit der y-Achse, d der x-Wert und e der y-Wert des Scheitelpunktes.




**d) und e)** Die Parabeln sind in der rechts befindlichen Grafik dargestellt. Die Scheitelpunkte lauten:

- S(2/-4) ⇒ Nullstellen: $2 \pm \sqrt{4} = 2 \pm 2$; also: 0 und 4
- S(-3/-2) ⇒ Nullstellen: $-3 \pm \sqrt{2}$; also: $-3 + \sqrt{2}$ und $-3 - \sqrt{2}$
- S(-2/-4) ⇒ keine Nullstellen
- S(1/0) ⇒ eine Nullstelle: 1
- S(1/-10) ⇒ keine Nullstellen

**f)**

- $f(x) = x^2 + 6x - 6. = x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 - 6 = (x+3)^2 - 15$
  ⇒ a = 1, b = 6, c = -6, d = -3, e = -15
- $g(x) = -x^2 + 4x - 10. = -(x^2 - 4x) - 10 = -(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2) - 10$
  $= -[(x-2)^2 - 2^2) - 10 = -(x-2)^2 + 2^2 - 10 = -(x-2)^2 - 6$
  ⇒ a = -1, b = 4, c = -10, d = 2, e = -6
- $h(x) = 3x^2 + 30x - 10. = 3(x^2 + 10x) - 10 = 3(x^2 + 10x + 5^2 - 5^2) - 10$
  $= 3[(x+5)^2 - 5^2) - 10 = 3(x+5)^2 - 3\cdot 5^2 - 10 = 3(x+5)^2 - 85$
  ⇒ a = 3, b = 30, c = -10, d = -5, e = -85

**g)** f hat als nach oben geöffnete Normalparabel mit dem Scheitelpunkt S(-3/-15) zwei Nullstellen. g hat als nach unten geöffnete Normalparabel mit Scheitelpunkt S(2/-6) keine Nullstelle. h hat als nach oben geöffnete Parabel mit dem Scheitelpunkt S(-5/-85) zwei Nullstellen.

**h)** $f_1(x) = (x+3{,}5)^2 - 2{,}2$; $f_2(x) = (x+2)^2$; $f_3(x) = (x-7)^2 - 3$; $f_4(x) = -(x+7)^2 + 2$; $f_5(x) = -x^2 - 1$
$e(x) = \frac{1}{3}x^2$; $f(x) = -2x^2$; $g(x) = -0{,}5(x+3)^2$; $h(x) = (x-3)^2 - 1$

**i)**

- $6x - 12 = 0 \Leftrightarrow 6x = 12 \Leftrightarrow x = 2;$
- $2x^2 - 72 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 72 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6;$
- $-2x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow x(-2x - 12) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ oder } -2x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ oder } -2x = 12 \Leftrightarrow x = 0 \text{ oder } x = -6$
- $(x+11)^2 - 100 = 0 \Longrightarrow S(-11/-100)$ ist SP von $y = (x+11)^2 - 100$ ⇒ Nullstellen: $-11 \pm \sqrt{100} = -11 \pm 10 \Rightarrow \mathbb{L} = \{-11 \pm 10\}$
- $-2\cdot(x+11)^2 + 50 = 0 \Leftrightarrow (x+11)^2 - 25 = 0 \Longrightarrow S(-11/-25)$ ist SP von $y = (x+11)^2 - 25$ ⇒ Nullstellen: $-11 \pm \sqrt{25} = -11 \pm 5 \Rightarrow \mathbb{L} = \{-11 \pm 5\}$
- $x^2 + 6x - 6. = x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 - 6 = (x+3)^2 - 15 = 0 \Longrightarrow S(-3/-15)$ ist SP von $y = (x+3)^2 - 15$ ⇒ Nullstellen: $-3 \pm \sqrt{15} \Rightarrow \mathbb{L} = \{-3 \pm \sqrt{15}\}$
- $0{,}5x^2 + 3x - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 - 25 = 0 \Longrightarrow S(-3/-25)$ ist SP von $y = (x+3)^2 - 25$ ⇒ Nullstellen: $-3 \pm \sqrt{25} = -3 \pm 5 \Rightarrow \mathbb{L} = \{-3 \pm 5\}$

**j)** Rechteck kann zum Beispiel die Seitenlängen 4 und 6, 3 und 7 oder auch 5 und 5 haben. Das Rechteck mit dem größten Flächeninhalt ist ein Quadrat mit der Seitenlänge von 5 cm. Ist x die Länge der ersten Seite und 10 – x die Länge der zweiten Seite (beide Seiten ergeben zusammen 10 cm), so ergibt sich für den Flächeninhalt y: $y = x(10-x) = 10x - x^2 = -x^2 + 10x = -(x^2 - 10x) = -(x^2 - 10x + 5^2 - 5^2) = -[(x-5)^2 - 25] = -(x-5)^2 + 25$. Der Flächeninhalt wird durch eine nach unten geöffnete Normalparabel mit Scheitelpunkt S(5/25) beschrieben. Daher hat das Rechteck mit dem größten Flächeninhalt von 25 cm² die Seitenlänge der ersten und zweiten Seite von x= 5 cm.

**h)** $f(x) = -\frac{1}{24}(x-12)^2 + 10$
Ansatz: $f(x) = -\frac{1}{24}(x-12)^2 + 10 = 7$
$\Leftrightarrow -\frac{1}{24}(x-12)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-12)^2 - 72 = 0$
$\Longrightarrow S(-12/-72)$ ist SP von $y = (x-12)^2 - 72$
$\Longrightarrow$ Nullstellen: $12 \pm \sqrt{72} \Longrightarrow \mathbb{L} = \{12 \pm \sqrt{72}\}$
Der sichtbare Bogen ist $2\sqrt{72}$ breit.