Arbeitsplan mit Unterrichts-material zu den Themen Para-beln und Modellieren mithilfe quadratischer Funktionen

Eine gebogene Linie - Parabeln

Jahrgang 9

Jörn Meyer – www.maspole.de

Inhaltsverzeichnis

1 Arbeitsplan

2 Darstellungsmöglichkeiten von Funktionen

2 Ursprungsparabeln zeichnen – Parabeln der Form $y = ax^2$

3 Parabeln mit GeoGebra und einem Schieberegler zeichnen

4 Testaufgaben

5 Klassenarbeit

1 Arbeitsplan

• **Kap. 1.1: Ursprungsparabeln – Parabel der Form $y = ax^2$** • Kap. 1.2: Parabeln verschieben – Parabeln der Form $y = a(x - d)^2 + e$ • Testaufgaben zum 1. Kapitel • Sonstiges (Referate, Knobelaufgaben, Zusatzaufgaben, etc.)			**Schwierigkeitsgrad (1-6)**	**Wo befinden sich die Aufgaben?**		**Problemlösen**	**Argumentieren**	**Werkzeuge**	**Algebra**	**Geometrie**	**Funktionen**	**Stochastik**	**Lösungs-qualität**		
													☺	😐	☹
Kapitel 1.1	1	Zuordnen Graf, Wertetabelle, Funktionsgleichung (1-2-Team-Methode)	3	AB1			✕		✕		✕				
	2	Zeichnen von Ursprungsparabeln (EA)	1-2	AB2				✕		✕	✕				
	3	Zeichnen von Parabeln (EA)	2	AH S.2: Nr.1, Buch S.12: Nr.1				✕		✕	✕				
	4	Grundwissen (EA)	1	AH S.2							✕				
	5	Beschreiben von Parabeln (EA)	2	AH S.2: Nr.2, Buch S.12, Nr.2			✕				✕				
	6	Zuordnen von Parabel und Funktionsgleichung (EA und PA)	1-4	Buch S.13, Nr.6	✕		✕				✕				
	7	Zeichnerische und rechnerische Bestimmung des Streckfaktors a (EA)	2	Buch S.13: Nr.6, S.14: Nr.9			✕		✕	✕					
	8	Punktprobe (Liegt ein Punkt auf der Parabel?) (EA)	2	Buch S.14: Nr.8					✕		✕				
	9	Zuordnen von Weg-Zeit-Verläufen zu einem Schulweg (EA)	2-4	Buch S.15: Nr.11	✕		✕				✕				
	10	Teste Deine Reaktionszeit (PA)	3	Buch S.18: Nr. 21	✕		✕		✕		✕				
	11	Experimente im freien Fall (EA)	3	Buch S.9: Nr.3	✕		✕		✕		✕				
	12	Nürburgring: Zeichnen eines Geschwindigkeits-Zeit-Verlaufs (EA)	5	Buch S. 15: Nr.12	✕	✕	✕				✕				
	13	Energie und Geschwindigkeit (EA)	3-4	AH S.3 Nr.3	✕				✕		✕				
	14	Brückenaufgabe 1 (PA)	4	Buch S.16: Nr.13	✕		✕		✕		✕				
	15	Brückenaufgabe 2 (EA)	4	AH S.3 Nr.4	✕	✕			✕		✕				
	16	Flugbahn des Kugelstoßers Werner Guenthör (1-2-Team)	2-5	Tafelanschrieb	✕	✕	✕		✕	✕	✕				
	17	Basketballwurf (EA und PA)	2-5	Tafelanschrieb	✕	✕	✕		✕	✕	✕				

- Kap. 1.1: Ursprungsparabeln – Parabel der Form $y = ax^2$
- **Kap. 1.2: Parabeln verschieben – Parabeln der Form $y = a(x – d)^2 + e$**
- **Testaufgaben zum 1. Kapitel**
- **Sonstiges (Referate, Knobelaufgaben, Zusatzaufgaben, etc.)**

			Schwierigkeitsgrad (1-6)	Wo befinden sich die Aufgaben?		Problemlösen	Argumentieren	Werkzeuge	Algebra	Geometrie	Funktionen	Stochastik	Lösungs-qualität		
													☺	😐	☹
Kapitel 1.2	17	Arbeiten mit GeoGebra: Programmieren eines Schiebereglers a und Zeichnen von Grafen der Funktionen $y = a(x – d)^2 + e$ (EA und PA)	1-3	AB3			✕	✕			✕				
	18	Basiswissen	1	AH S.4			✕				✕				
	19	Normalparabeln mit der Schablone zeichnen und SP angeben (EA)	1-2	Buch S.24 Nr.1			✕	✕		✕	✕				
				AH S.4: Nr.1-2			✕	✕		✕	✕				
	20	Zuordnungsübung: Grafen und Funktionsgleichung (1-2-Team)	1-4	Buch S.21: Nr.4	✕	✕			✕	✕	✕				
	21	Lage- und Gestaltbeschreibung von Parabeln (EA)	1-2	Buch S.24 Nr.2			✕			✕	✕				
	22	Lage der Symmetrieachse einer Parabel (EA)	3	Buch S.29 Nr.27			✕			✕	✕				
	23	Funktionsgleichungen angeben (EA)	3	Buch S.24: Nr.5			✕		✕		✕				
	24	Funktionsterme von verschobenen Normalparabeln angeben (EA)	2	Buch S.24: Nr.7			✕				✕				
			2	AH S.4: Nr.3			✕				✕				
	25	Funktionsgleichung aus Wertetabelle bestimmen (1-2-Team)	5	Buch S.25: Nr.10			✕		✕		✕				
	26	Hoch- oder Tiefpunkt einer Parabel erkennen (EA)	2	Buch S.25: Nr.8			✕			✕	✕				
	27	Berliner Bogen (EA und PA)	3-5	Buch S.26: Nr.12	✕	✕			✕	✕	✕				
	28	Wasserfontäne und Lupu-Brücke (EA)	2-4	AH S.5: Nr.4-5			✕			✕	✕				
	29	Flugbahn eines Golfballes (EA und PA)	3-6	Buch S.29: Nr.29	✕	✕	✕		✕	✕	✕				
	30	Schnittpunkte mit der x-Achse (EA)	3	Buch S.28: Nr.24			✕			✕	✕				
Sonstiges	31	Wendkärtchen zu Parabeln (PA) oder Parabelquartett (PA und GA)	1-4	Kärtchen am Pult			✕				✕				
	32	Check-up-Aufgaben	1-6	Buch S.32: Nr.1-6	✕	✕	✕	✕	✕	✕	✕				
	34														

2 Darstellungsmöglichkeiten von Funktionen

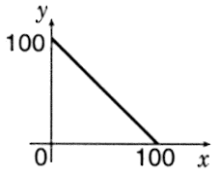
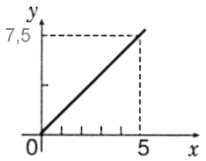
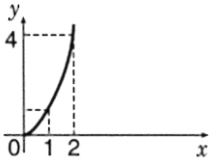
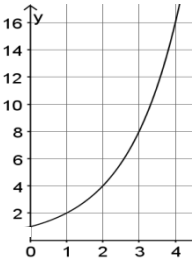
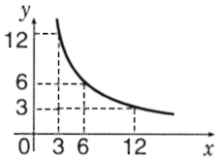
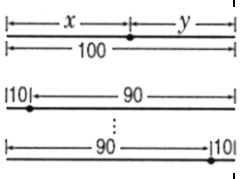
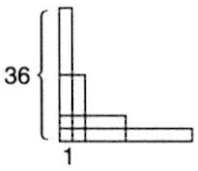
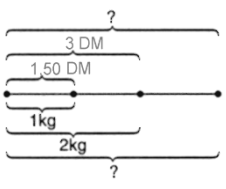
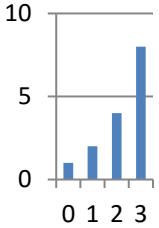
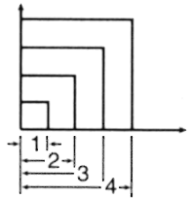
Wie lassen sich Funktionen darstellen?

In folgenden Texten wird eine Funktion f: x → y = f (x) beschrieben:

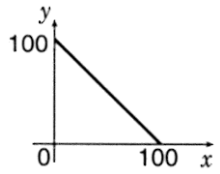
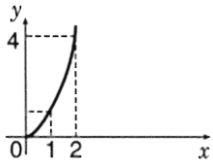
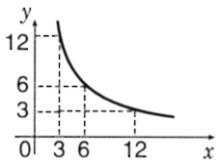
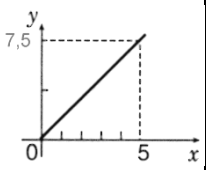
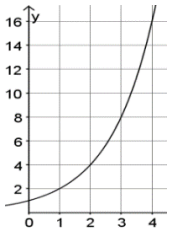
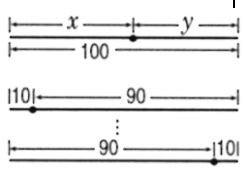
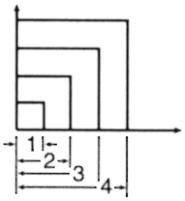
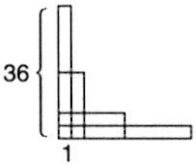
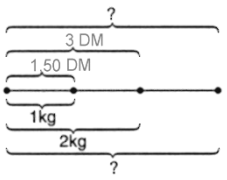
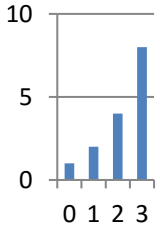
(1) Ich habe Blumen für x € gekauft und mit einem 100-€-Schein bezahlt. Als Wechselgeld bekam ich y €.
(2) Gegeben ist ein quadratisches Blumenbeet mit Seitenlänge x. Der Flächeninhalt ist y.
(3) Das Blumenbeet ist rechteckig. Flächeninhalt: 36 m². Die Länge des Rechtecks: x. Breite: y.
(4) Ich habe x kg Zucker gekauft. 1 kg kostete 1,50 €. Der Gesamtpreis betrug y €.
(5) 1 € wird jedes Jahr verdoppelt. Nach x Jahren erhält man y €.

Unten in der Tabelle werden die fünf Funktionen durch eine **Textform**, eine **Wertetabelle**, eine **Funktionsgleichung,** einen **Grafen** und eine **Veranschaulichung** dargestellt. Die erste Spalte für die erste Funktion in (1) ist korrekt dargestellt. Auch die erste Text-Zeile ist in der richtigen Reihenfolge. Allerdings ist bei den Aufgaben (2) bis (5) Einiges durcheinandergeraten, und es fehlen einige Wörter. Gehe bei der Lösung der Aufgaben im **1-2-Team-Verfahren** vor (5 Minuten EA, 5 Minuten PA, 5 Minuten GA)

a) **Erkläre**, wie man auf die Einträge in der ersten Spalte kommt.
b) **Ergänze** die fehlenden Wörter in der Zeile für die Textform.
c) **Bringe** Ordnung in die Tabelle. **Markiere** dazu die Texte, Wertetabellen, Terme, Grafen und die Veranschaulichung, die zusammenhängen, in einer Farbe. **Begründe** Dein Vorgehen.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Textform	Jedem x wird die Differenz aus 100 und x zugeordnet.	Jedem x wird das _____ von x zugeordnet.	Jedem x wird der _____ aus 36 und x zugeordnet.	Jedem x wird das _____ von x zugeordnet.	Jedem x wird der Term _____ zugeordnet
Tabelle	x: 0 | 10 | 20 | 30 | ⋯ y: 100 | 90 | 80 | 70 | ⋯	x: 0 | 1 | 2 | 3 y: 0 | 1,5 | 3 | 4,5	x: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 y: 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36	x: 0 | 1 | 2 | 3 | … y: 1 | 2 | 4 | 8 | …	x: 1 | 2 | 3 | 4 | ⋯ y: 36 | 18 | 12 | 9 | ⋯
Gleichung	$x + y = 100$ $y = 100 - x$	$x \cdot y = 36$ $y = \frac{36}{x}$	$y = 1 \cdot 2^x$	$y = 1{,}5 \cdot x$	$y = x \cdot x$ $y = x^2$
Graf					
Veranschaulichung					

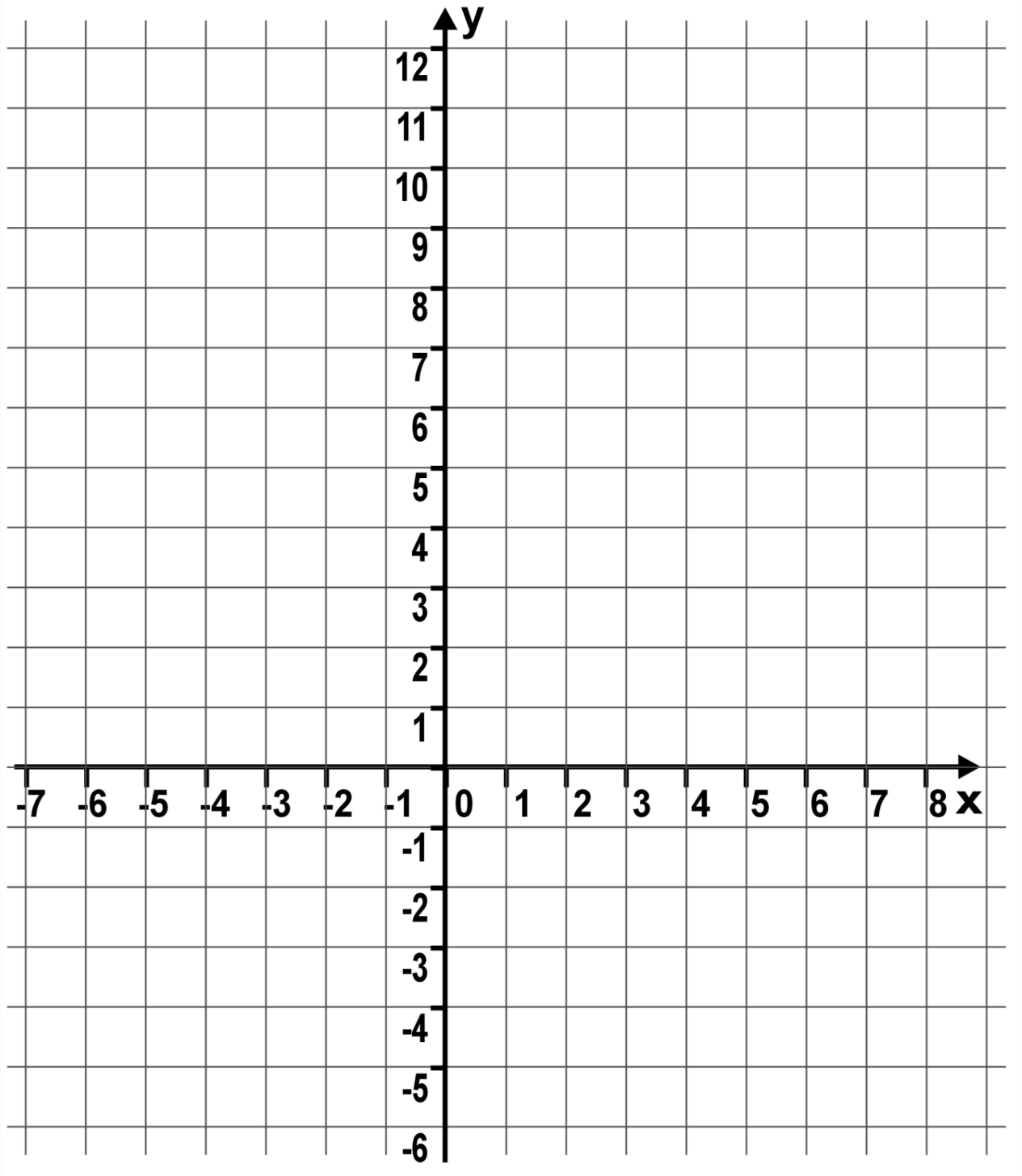
Darstellungsmöglichkeiten von Funktionen (Lösungen)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Textform	Jedem x wird die Differenz aus 100 und x zugeordnet.	Jedem x wird das **Quadrat** von x zugeordnet.	Jedem x wird der **Quotient** aus 36 und x zugeordnet.	Jedem x wird das **1,5-fache** von x zugeordnet.	Jedem x wird der Term $\mathbf{2^x}$ zugeordnet
Tabelle	x: 0 | 10 | 20 | 30 | ⋯ y: 100 | 90 | 80 | 70 | ⋯	x: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 y: 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36	x: 1 | 2 | 3 | 4 | ⋯ y: 36 | 18 | 12 | 9 | ⋯	x: 0 | 1 | 2 | 3 y: 0 | 1,5 | 3 | 4,5	x: 0 | 1 | 2 | 3 | … y: 1 | 2 | 4 | 8 | …
Gleichung	$x + y = 100$ $y = 100 - x$	$y = x \cdot x$ $y = x^2$	$x \cdot y = 36$ $y = \frac{36}{x}$	$y = 1{,}5 \cdot x$	$y = 1 \cdot 2^x$
Graf					
Veranschaulichung					

2 Ursprungsparabeln zeichnen – Parabeln der Form $y = ax^2$

Fülle die Wertetabelle mit Hilfe Deines Taschenrechners aus und zeichne die Parabeln in unterschiedlichen Farben in das unten befindliche Koordinatensystem. Warum enthält die Wertetabelle nur eine Spalte z. B. für +4,5 und -4,5?

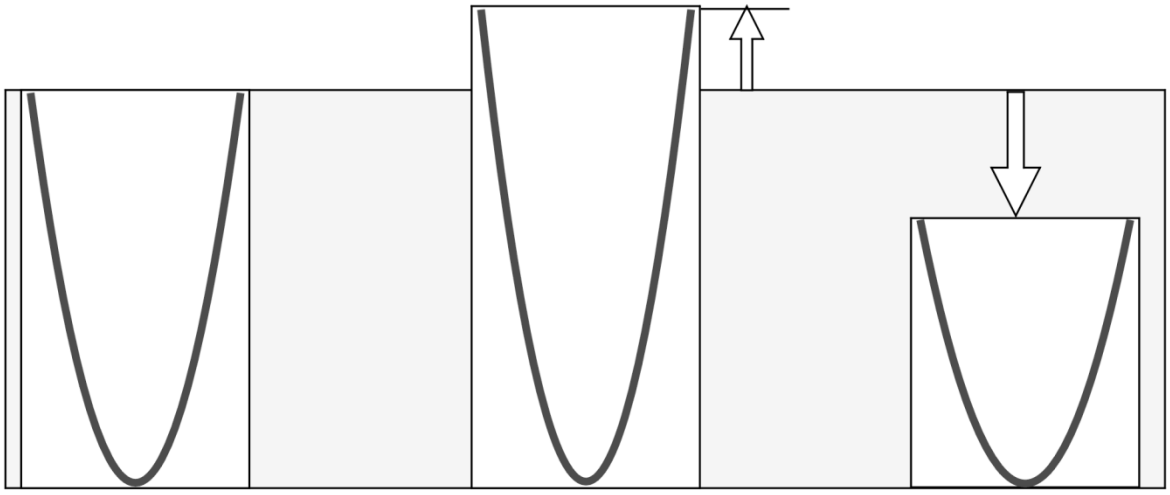
x=	±4,5	±4	±3,5	±3	±2,5	±2	±1,5	±1	±0,5	0
☐ $y = x^2$										
☐ $y = 0{,}5x^2$										
☐ $y = 2x^2$										
☐ $y = -x^2$										



Überlege Dir nun, wie der Faktor a die Form der Parabel verändert. Trage dafür (zunächst in Bleichstift) Deine Vermutungen in die Tabelle ein. Als Hilfe dienen Dir die folgenden drei Parabeln sowie die bereits vorgenommene Eintragung.

$y = a \cdot x^2$

Der Faktor a entscheidet, ob die Parabel in y-Richtung verändert ist.



a = 1
Normalparabel

a > 1
gestreckte Parabel

a < 1
gestauchte Parabel

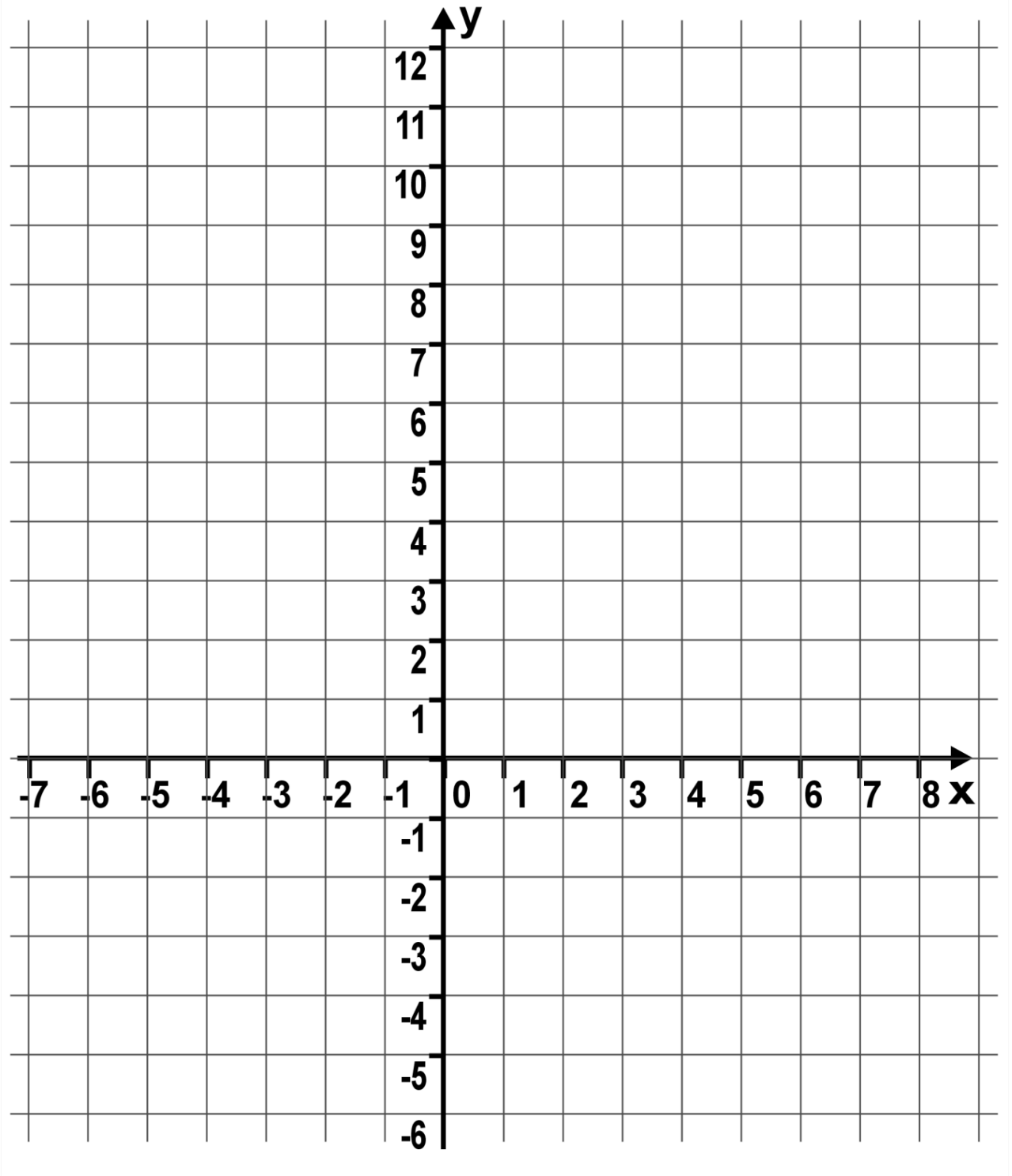
Faktor a:

a > 1	
a = 1	
0 < a < 1	
a = 0	
-1 < a < 0	
a = -1	
a < -1	

2 Ursprungsparabeln zeichnen – Parabeln der Form $y = ax^2$

Fülle die Wertetabelle mit Hilfe Deines Taschenrechners aus und zeichne die Parabeln in unterschiedlichen Farben in das unten befindliche Koordinatensystem. Warum enthält die Wertetabelle nur eine Spalte z. B. für +4,5 und -4,5?

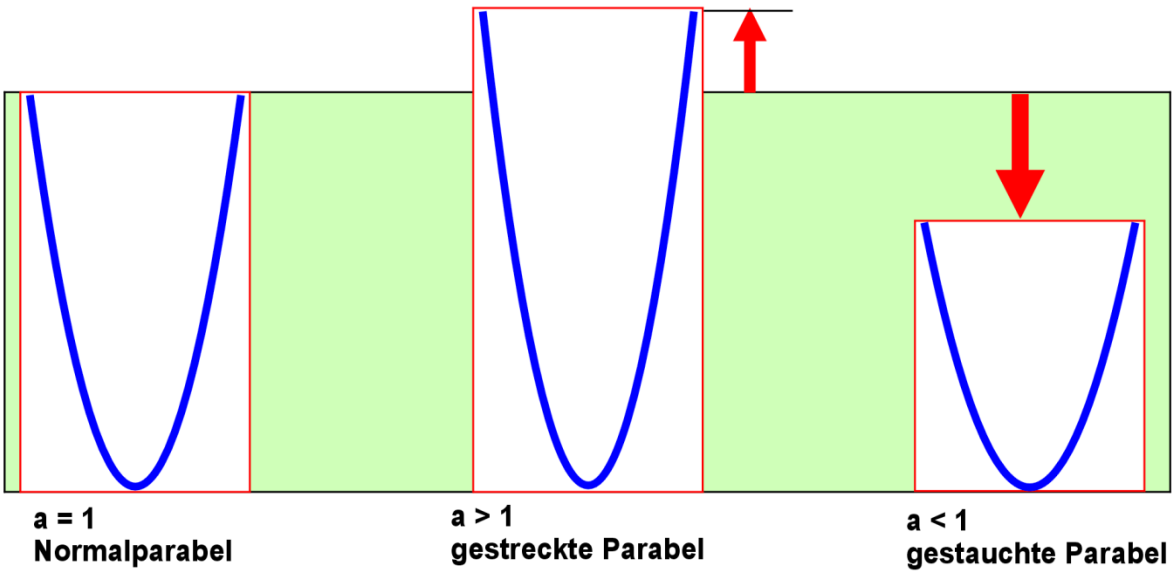
x=	±4,5	±4	±3,5	±3	±2,5	±2	±1,5	±1	±0,5	0
$y = x^2$										
$y = 0{,}5x^2$										
$y = 2x^2$										
$y = -x^2$										



Überlege Dir nun, wie der Faktor a die Form der Parabel verändert. Trage dafür (zunächst in Bleichstift) Deine Vermutungen in die Tabelle ein. Als Hilfe dienen Dir die folgenden drei Parabeln sowie die bereits vorgenommene Eintragung.

$y = a \cdot x^2$

Der Faktor a entscheidet, ob die Parabel in y-Richtung verändert ist.



a = 1
Normalparabel

a > 1
gestreckte Parabel

a < 1
gestauchte Parabel

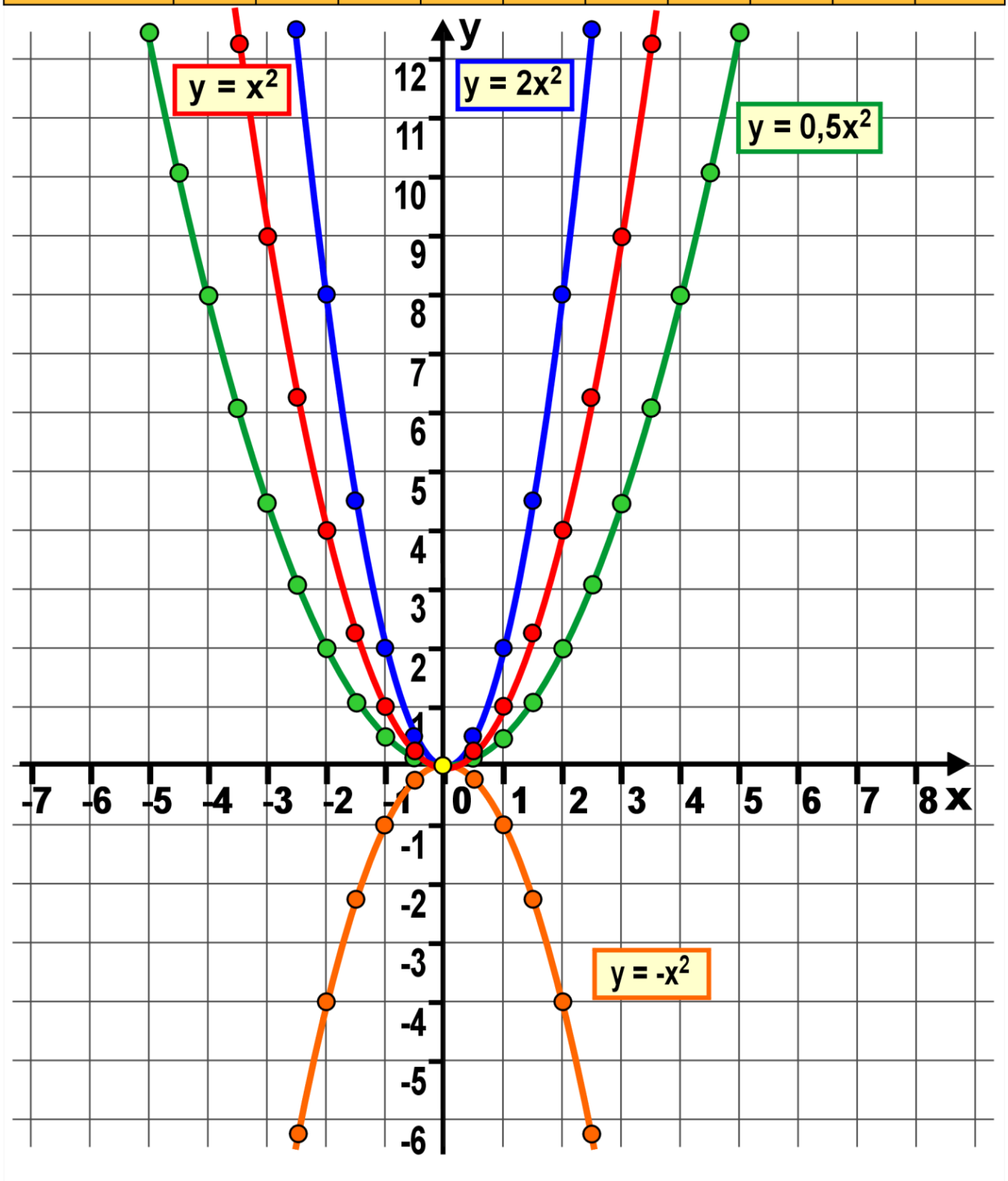
Faktor a:

a > 1	
a = 1	
0 < a < 1	
a = 0	
-1 < a < 0	
a = -1	
a < -1	

2 Ursprungsparabeln zeichnen – Parabeln der Form $y = ax^2$

Fülle die Wertetabelle mit Hilfe Deines Taschenrechners aus und zeichne die Parabeln in unterschiedlichen Farben in das unten befindliche Koordinatensystem. Warum enthält die Wertetabelle nur eine Spalte z. B. für +4,5 und -4,5?

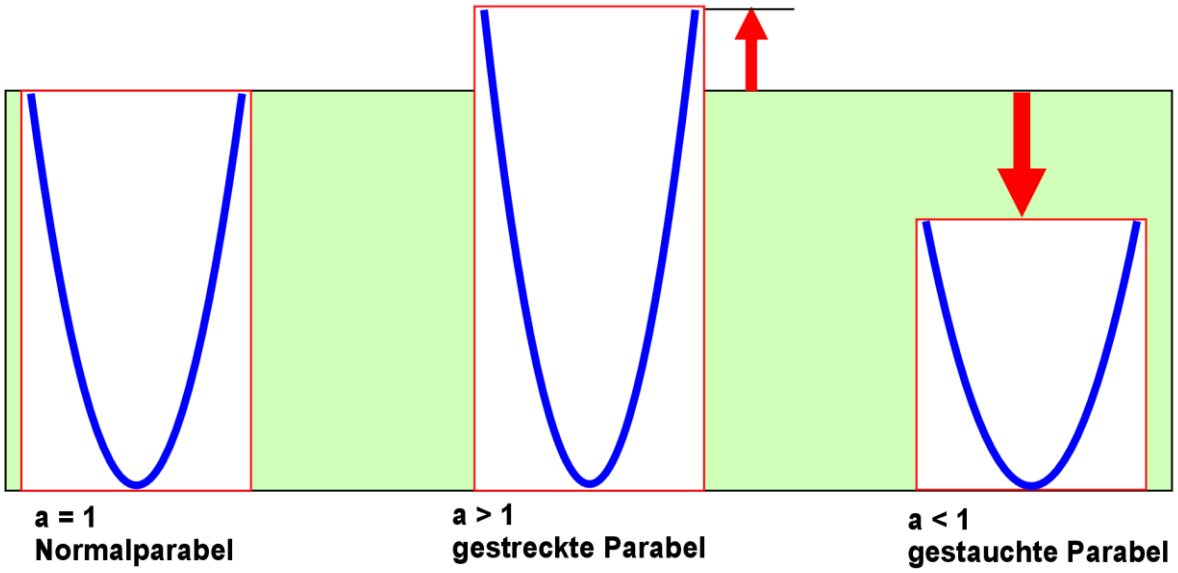
x=	±4,5	±4	±3,5	±3	±2,5	±2	±1,5	±1	±0,5	0
$y = x^2$	20,25	16	12,25	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0
$y = 0{,}5x^2$	10,125	8	6,125	4,5	3,125	2	1,125	0,5	0,125	0
$y = 2x^2$	40,5	32	24,5	18	12,5	8	4,5	2	0,5	0
$y = -x^2$	-20,25	-16	-12,25	-9	-6,25	-4	-2,25	-1	-0,25	0



Überlege Dir nun, wie der Faktor a die Form der Parabel verändert. Trage dafür (zunächst in Bleichstift) Deine Vermutungen in die Tabelle ein. Als Hilfe dienen Dir die folgenden drei Parabeln sowie die bereits vorgenommene Eintragung.

$y = a \cdot x^2$

Der Faktor a entscheidet, ob die Parabel in y-Richtung verändert ist.



a = 1
Normalparabel

a > 1
gestreckte Parabel

a < 1
gestauchte Parabel

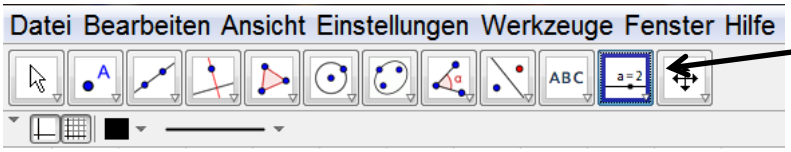
Faktor a:

a > 1	gestreckte (gezogene) Parabel
a = 1	**Normalparabel**
0 < a < 1	gestauchte (gedrückte) Parabel
a = 0	Gerade (Sonderfall)
-1 < a < 0	gestauchte umgekehrte Parabel
a = -1	umgekehrte Normalparabel
a < -1	gestreckte umgekehrte Parabel

3 Parabeln mit GeoGebra und einem Schieberegler zeichnen

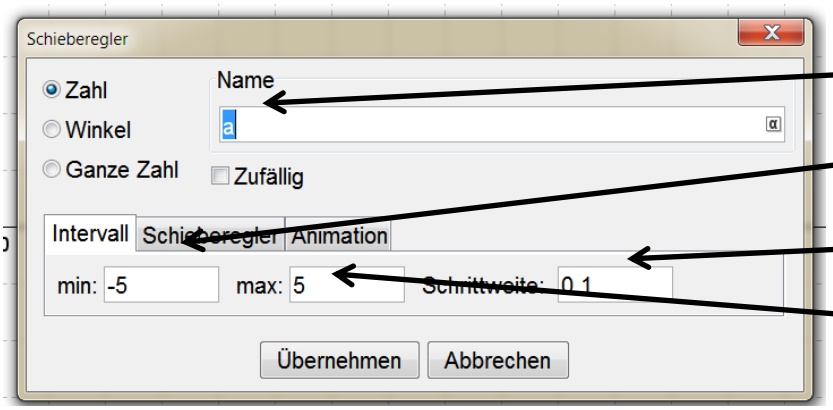
Ziel: Wir wollen mit GeoGebra Parabeln unter Zuhilfenahme eines sogenannten Schiebereglers zeichnen, um den Zusammenhang von Funktionsgleichung und Form und Lage von Parabel zu beschreiben.

Zunächst werden die bekannten Parabeln der Form $y = a \cdot x^2$ mit GeoGebra gezeichnet. Dabei wollen wir, dass sich der Streckfaktor a mit einem **Schieberegler** verändern lässt, ohne immer wieder die neue Funktionsgleichung eingeben zu müssen. Dafür musst Du zunächst das **Symbol für den Schieberegler anklicken**.



Schieberegler-Symbol

Mit einem **Maus-Linksklick im Koordinatensystem** öffnet sich folgendes Fenster:



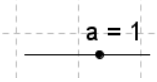
Name des Schiebereglers

kleinster Wert von a

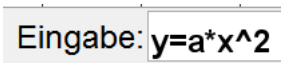
Schrittlänge von a

größter Wert von a

Drücke **Übernehmen**. Es erschein dann der Schieberegler a im Koordinatensystem.



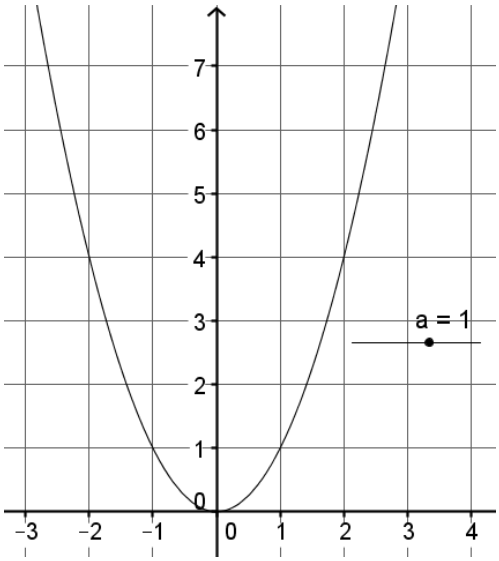
Schieberegler ist bei a = 1 eingestellt.

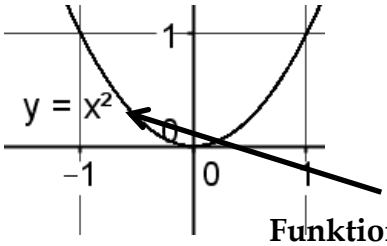
Nun kannst Du die **Funktionsgleichung** $y = a \cdot x^2$ im Eingabefeld **eingeben**: 

Nach **Drücken der Enter-Taste** erscheint die Normalparabel $y = x^2$, da der Schieberegler a (= Streckfaktor der Parabel) auf a = 1 eingestellt war. Drücke nun die **Pfeiltaste** oben links (Bewege-Taste).

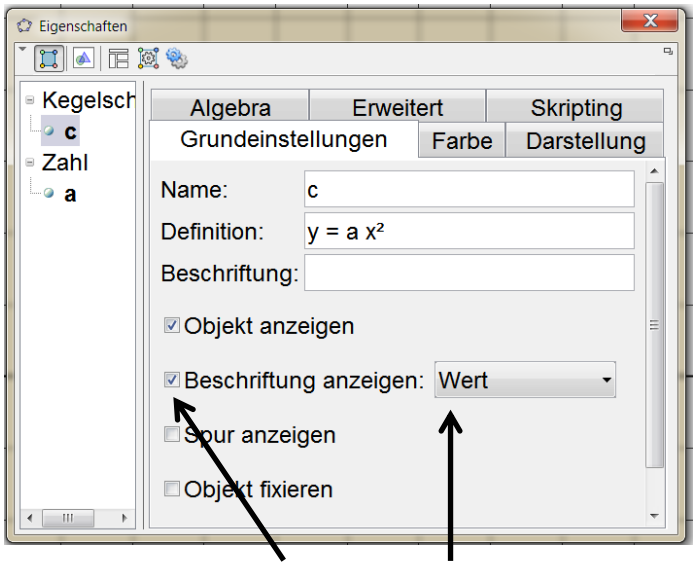
Bewege-Taste

Die **Funktionsgleichung** kann angezeigt werden, indem Du nach einem Mausrechtsklick auf der Parabel den Unterpunkt Eigenschaften markierst. Nun gehst Du zum Anzeigen der Funktionsgleichung auf Beschriftung anzeigen und markierst im rechts davon befindlichen Feld den Unterpunkt Wert. Dann erscheint im Koordinatensystem neben der Parabel die dazugehörige Gleichung der Funktion.





Funktionsgleichung



Beschriftung ist auf Wert eingestellt

Du kannst den Schieberegler durch einen **Linksklick manuell** oder mit einem **Rechtsklick automatisch** durch Starten einer **Animation** (Animation ein) verändern. Diese Animation lässt sich unten links anhalten.

Pause-Taste hält Animation an.

Erledige nacheinander die Aufgaben 1 bis 4. Du kannst Deine Kommentare in GeoGebra mit der Textfunktion (Text eingeben) notieren.

Text eingeben

Mache anschließend einen **Linksklick** an der Stelle, wo du den Text notieren möchtest.

Aufgabe 1: Parabeln der Form $y = a \cdot x^2$

a) Programmiere wie in der obigen Beschreibung den Schieberegler a für die Funktionsgleichung $\mathbf{y = a \cdot x^2}$ ($-5 \le a \le 5$ bei einer Schrittweite von 0,2) und zeige die Funktionsgleichung an.
b) Verändere den Schieberegler a und beschreibe die Veränderungen der Parabel in Abhängigkeit von a.

Aufgabe 2: Parabeln der Form $y = a \cdot (x - d)^2$

a) Programmiere nun im gleichen Fenster einen zweiten Schieberegler d ($-5 \le d \le 5$ mit der Schrittweite von 0,2) und gib die Funktionsgleichung $\mathbf{y = a \cdot (x - d)^2}$ im Eingabefeld ein.
b) Verändere den Schieberegler d und beschreibe die Veränderungen der Parabel in Abhängigkeit von d.

Aufgabe 3: Parabeln der Form $y = a \cdot (x - d)^2 + e$

a) Programmiere nun einen dritten Schieberegler e ($-5 \le e \le 5$ mit einer Schrittweite von 0,2) und gib die Funktionsgleichung $\mathbf{y = a \cdot (x - d)^2 + e}$ im Eingabefeld ein.
b) Verändere den Schieberegler d und beschreibe die Veränderungen der Parabel in Abhängigkeit von e.

Aufgabe 4: Überblicksraster für Parabeln

Fülle mit Hilfe Deiner Beobachtungen aus den Aufgaben 1 bis 3 zunächst mit Bleistift das folgende Überblicksraster aus. Beschreibe damit, wie man von der Normalparabel $\mathbf{y = x^2}$ ($a = 1$) zu einer Parabel der Form $\mathbf{y = a \cdot (x - d)^2 + e}$ kommt.

Scheitelpunktform einer Parabel: $y = a\cdot(x - d)^2 + e$

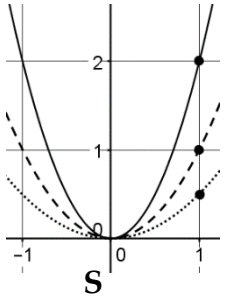
$y = a\cdot x^2 \Rightarrow S(0/0)$ → $y = a\cdot(x - d)^2 \Rightarrow S(d/0)$ → $y = a\cdot(x - d)^2 + e \Rightarrow S(d/e)$

$a > 0$

$a > 1$:
- nach oben geöffnet
- gestreckt

$a = 1$:
- nach oben geöffnet
- Normalparabel

$0 < a < 1$:
- nach oben geöffnet
- gestaucht



····· $y = 0{,}5\cdot x^2$

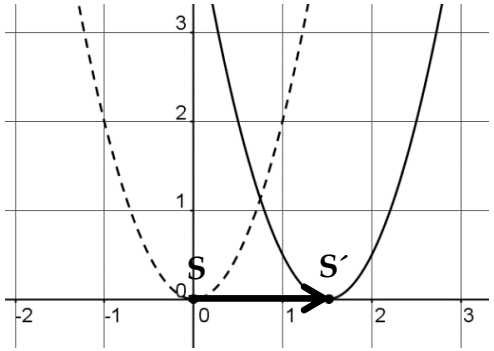
- - - $y = x^2$

—— $y = 2\cdot x^2$

$\Rightarrow S(0/0)$

$d > 0$

Verschiebung um d nach rechts

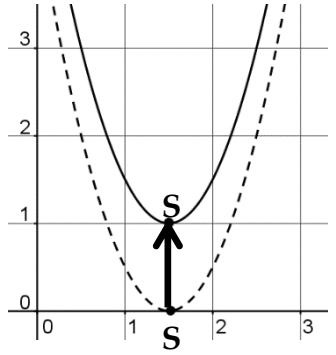


- - - $y = 2\cdot x^2 \Rightarrow S(0/0)$

—— $y = 2\cdot(x - 1{,}5)^2 \Rightarrow S´(0/1{,}5)$

$e > 0$

Verschiebung um e nach oben



- - - $y = 2\cdot(x - 1{,}5)^2 \Rightarrow S(1{,}5/0)$

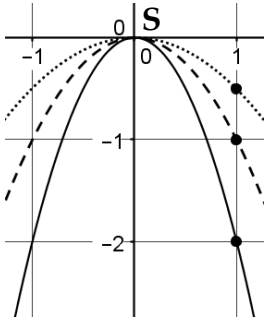
—— $y = 2\cdot(x - 1{,}5)^2 + 1 \Rightarrow S´(1{,}5/1)$

$a < 0$

$-1 < a < 0$
- nach unten geöffnet
- gestaucht

$a = -1$:
- nach unten geöffnet
- Normalparabel

$a < -1$:
- nach unten geöffnet
- gestreckt



····· $y = -0{,}5\cdot x^2$

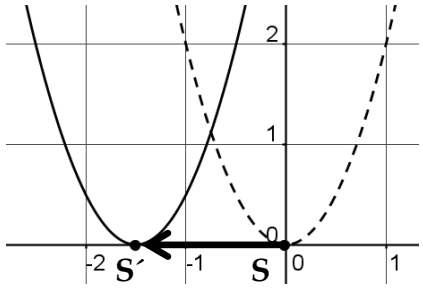
- - - $y = -x^2$

—— $y = -2\cdot x^2$

$\Rightarrow S(0/0)$

$d < 0$

Verschiebung um d nach links



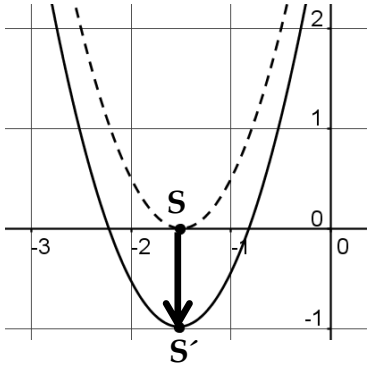
- - - $y = 2\cdot x^2 \Rightarrow S(0/0)$

—— $y = 2\cdot(x - (-1{,}5))^2$

$= 2\cdot(x + 1{,}5)^2 \Rightarrow S´(0/-1{,}5)$

$e < 0$

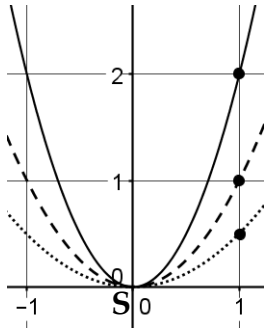
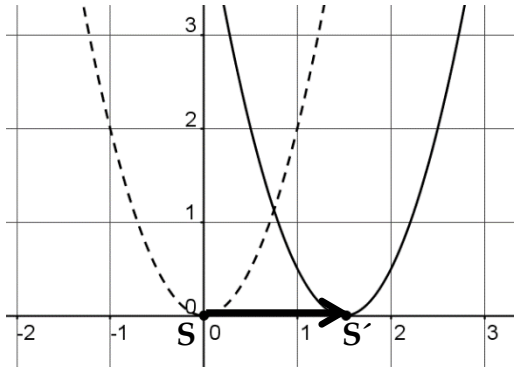
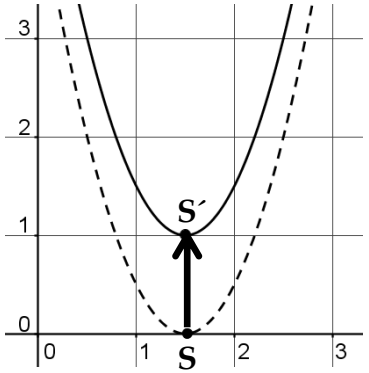
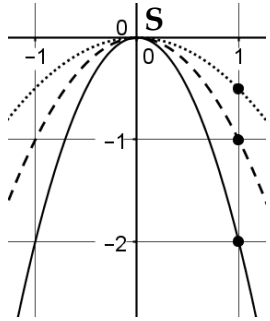
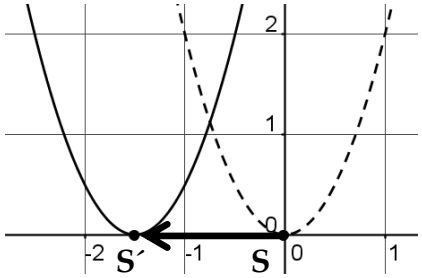
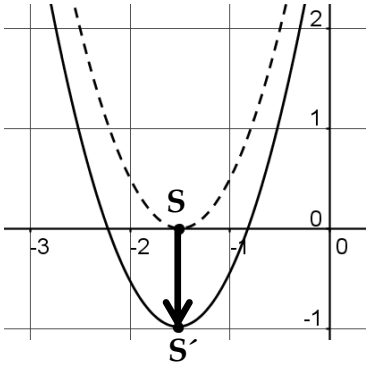
Verschiebung um e nach unten



- - - $y = 2\cdot(x + 1{,}5)^2 \Rightarrow S(-1{,}5/0)$

—— $y = 2\cdot(x + 1{,}5)^2 - 1 \Rightarrow S´(-1{,}5/-1)$

Scheitelpunktform einer Parabel: $y = a\cdot(x - d)^2 + e$

$y = a\cdot x^2 \Rightarrow S(\quad/\quad)$			$y = a\cdot(x - d)^2 \Rightarrow S(\quad/\quad)$		$y = a\cdot(x - d)^2 + e \Rightarrow S(\quad/\quad)$	
a > 0	**a > 1:** - nach oben geöffnet - gestreckt **a = 1:** - - **0 < a < 1:** - -	 ····· $y = \quad\cdot x^2$ - - - $y = x^2$ —— $y = \quad\cdot x^2$ $\Rightarrow S(\quad/\quad)$	**d > 0**	Verschiebung um d nach rechts  - - - $y = \quad\cdot x^2 \Rightarrow S(\quad/\quad)$ —— $y = \quad\cdot(x - \quad)^2 \Rightarrow S'(\quad/\quad)$	**e > 0**	 - - - $y = \quad\cdot(x - \quad)^2 \Rightarrow S(\quad/\quad)$ —— $y = \quad\cdot(x - \quad)^2 + \quad \Rightarrow S'(\quad/\quad)$
a < 0	**-1 < a < 0** - - **a = -1:** - - **a < -1:** - -	 ····· $y = \quad\cdot x^2$ - - - $y = -x^2$ —— $y = \quad\cdot x^2$ $\Rightarrow S(\quad/\quad)$	**d < 0**	 - - - $y = \quad\cdot x^2 \Rightarrow S(\quad/\quad)$ —— $y = \quad\cdot(x - (- \quad))^2$ $= \quad\cdot(x + \quad)^2 \Rightarrow S'(\quad/\quad)$	**e < 0**	 - - - $y = \quad\cdot(x + \quad)^2 \Rightarrow S(\quad/\quad)$ —— $y = \quad\cdot(x + \quad)^2 - \quad \Rightarrow S'(\quad/\quad)$

4 Testaufgaben

Aufgabe 1 (Kopfrechnen)

a) **Berechne** im Kopf die Quadratzahl und **trage** den Wert in der Tabelle **ein**.

x	6	13	-14	0,7	$\frac{1}{11}$
x^2					

b) **Berechne** im Kopf die Quadratwurzel und **trage** den Wert in der Tabelle **ein**.

x	16	225	-10000	3,61	$\frac{1}{144}$
$\sqrt{x}$					

Aufgabe 2 (Mensch-ärgere-Dich-nicht)

Beim Mensch ärgere Dich nicht entsteht folgende Situation, die in der Abbildung rechts angegeben ist.

a) **Fülle** die Tabelle aus, indem Du die entsprechenden Wahrscheinlichkeit als Bruch und als Kommazahl angibst

Wahrscheinlichkeit, dass der gelbe Stein beim nächsten Wurf …	… den grünen Stein schlägt.	… in sein Haus gelangt.	… weder einen Stein schlägt noch in sein Haus kommt
als Bruch			
als Kommazahl			

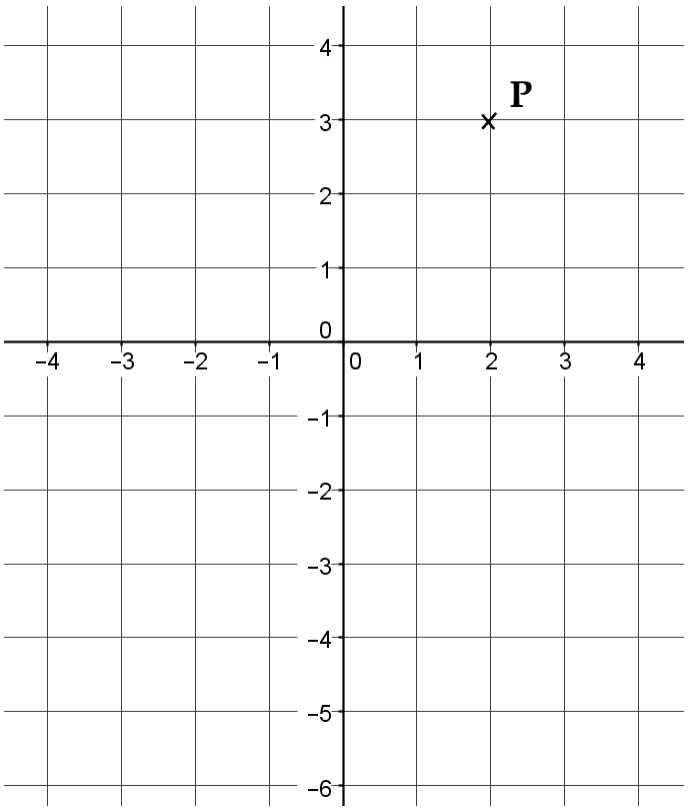
b) Beim Mensch-ärgere-Dich-nicht darf man bei einer Sechs starten. Man hat bis zu drei Versuche. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Start gelingt? **Gib** einen Term für diese Wahrscheinlichkeit **an**.

c) Die Wahrscheinlichkeit, zu Beginn eine „6“ zu werfen, beträgt: _____

Aufgabe 3 (Parabeln zeichnen, Punktprobe, Streckfaktor berechnen)

a) **Zeichne** Parabeln mit der Gleichung $y = 0{,}2 \cdot x^2$ und $y = -1{,}2 \cdot x^2$ in das folgende Koordinatensystem. [Hinweis: Verwende eine Schrittweite von 0,5.]

x	y



x	y

b) Überprüfe ob die Punkte A (-5/-30) und B (10/-121) auf der obigen nach unten geöffneten Parabel liegen. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel mit $y = a \cdot x^2$, die durch den Punkt P verläuft.

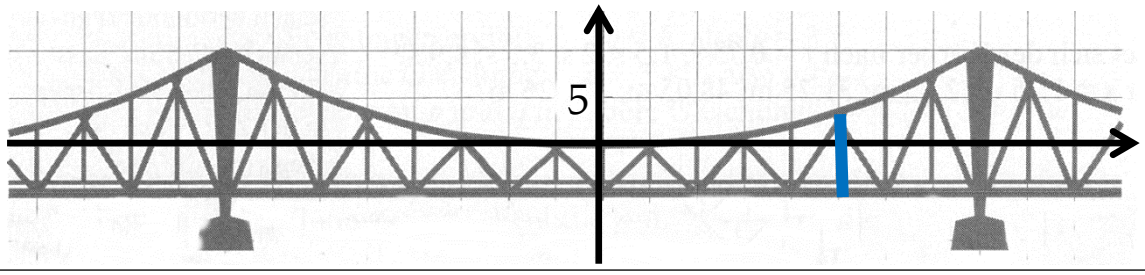
Aufgabe 4 (Brückenaufgabe)

Die Deutsche Post brachte 1998 eine Briefmarke mit einer Abbildung der Glienicker Brücke heraus.

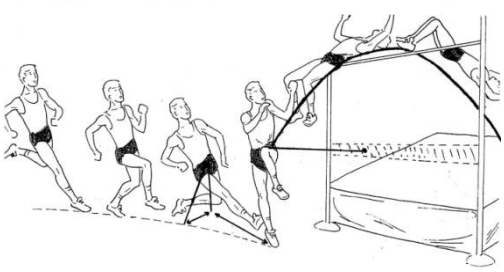
a) **Ermittle** eine Gleichung der Parabel zur Glienicker Brücke im nachfolgenden Koordinatensystem (1 Kästchen entspricht 5 m). [Kontrollergebnis zum Weiterrechnen: $y = 0{,}00625 \cdot x^2$]

b) **Berechne** die Höhe des blau markierten Befestigungspfeilers.

c) **Untersuche** rechnerisch, an welcher Stelle die Parabel 13 m über der Straße liegt.



Aufgabe 5 (Hochsprung) (10P)



In der Leichtathletik kann man auch Flugkurven untersuchen, die beim Hochsprung zu beobachten sind. Die Flugbahn des Körperschwerpunktes lässt sich durch eine Parabel beschreiben.

Ulrike Meyfarth gewann bei den Olympischen Spielen im München 1972 mit 16 Jahren völlig überraschend die Goldmedaille im Hochsprung. Sie gewann damals mit einer Höhe von 1,92 m mit Fosbury-Stil. Der Körperschwerpunkt befand sich beim Absprung 90 cm vor der Anlage und 113 cm über dem Boden. Der Scheitelpunkt lag genau 5 cm oberhalb der Latte.

a) **Fertige** eine Planskizze an, die den Sachverhalt beschreibt und **begründe**, dass sich die Flugbahn in einem geeignet gewählten Koordinatensystem in der Form $y(x) = a \cdot x^2$ mit $a < 0$ beschreiben lässt. **Trage** in die Planfigur das Koordinatensystem und die wichtigen Maße ein.

b) **Gib** die Koordinaten des Absprungpunktes A **an**. A (____ / ____)

c) **Bestimme** die Gleichung der Flugparabel beim Siegsprung in München.

Lösungen:

1a

x	6	13	-14	0,7	$\frac{1}{11}$
x^2	**36**	**169**	**196**	**0,49**	$\frac{1}{121}$

1b

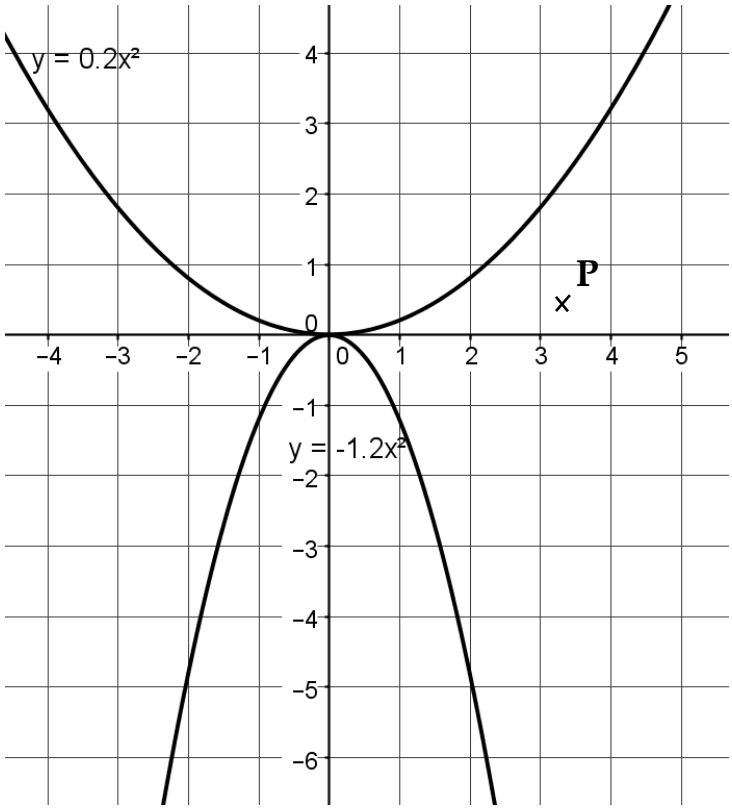
x	16	225	-10000	3,61	$\frac{1}{144}$
$\sqrt{x}$	**4**	**15**	**-**	**1,9**	$\frac{1}{12}$

2a

Wahrscheinlichkeit, dass der gelbe Stein beim nächsten Wurf …	… den grünen Stein schlägt.	… in sein Haus gelangt.	… weder einen Stein schlägt noch in sein Haus kommt
als Bruch	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
als Kommazahl	$0{,}1\overline{6}$	$0{,}\overline{3}$	$0{,}\overline{3}$

2b $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{91}{216} \approx 42\ \%$

3a



3b

$-30 = -1{,}2 \cdot (-5)^2$ | $-121 = -1{,}2 \cdot 10^2$

$-30 = -1{,}2 \cdot 25$ | $-121 = -1{,}2 \cdot 100$

$-30 = -30$ (w) | $-121 = -120$ (f)

A liegt auf der Parabel. | B liegt nicht auf der Parabel.

3c

$y = a \cdot x^2$ und P (2/3)

$3 = a \cdot 2^2$

$3 = a \cdot 4 \quad |:4$

$a = 0{,}75 \Rightarrow y = 0{,}75 \cdot x^2$

4a

$y = a \cdot x^2$ und P (40/10)

$10 = a \cdot 40^2$

$10 = a \cdot 1600 \quad |:1600$

$a = 0{,}00625 \Rightarrow y = 0{,}00625 \cdot x^2$

4b Höhe des blauen Pfeilers $y + 5 = 0{,}00625 \cdot 20^2 + 5 = 7{,}5$

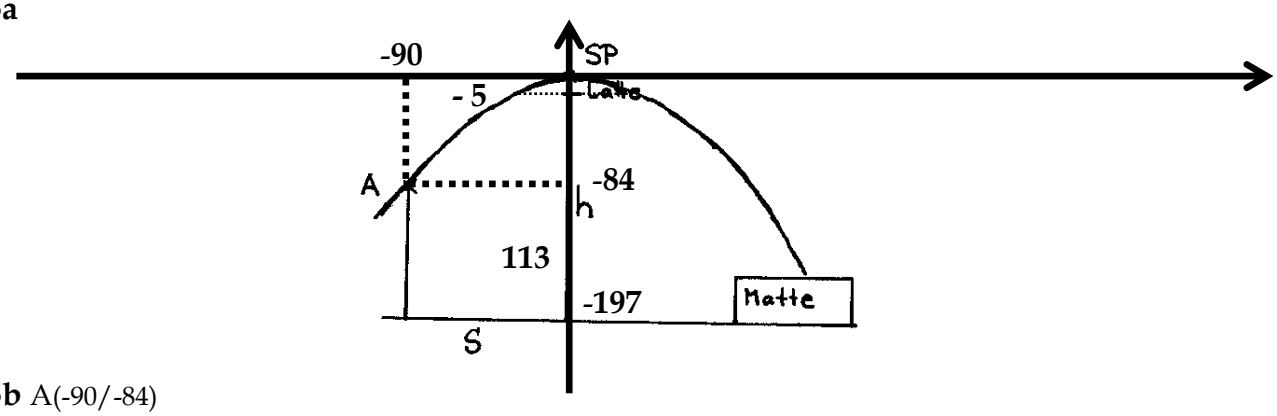
4c

$8 = 0{,}00625 \cdot x^2$

$x^2 = 8 : 0{,}00625 = 1280$

$x = \sqrt{1280} \approx 35{,}77$ m

5a



5b A(-90/-84)

5c

$y = a \cdot x^2$ und P (-90/-84)

$-84 = a \cdot (-90)^2$

$-84 = a \cdot 8100 \quad |:8100$

$a = -0{,}01\overline{037} \Rightarrow y = -0{,}01\overline{037} \cdot x^2$

5 Klassenarbeit

Aufgabe 1 (Kopfrechnen)

a) **Berechne** im Kopf die Quadratzahl und **trage** den Wert in der Tabelle **ein**.

x	4	12	-13	0,9	$\frac{1}{100}$
x^2					

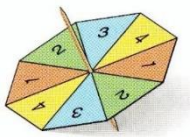
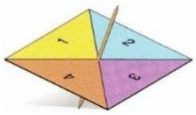
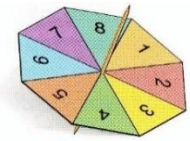
b) **Berechne** im Kopf die Quadratwurzel. **Trage** den Wert in der Tabelle **ein**.

x	4	64	-25	1,21	$\frac{1}{225}$
$\sqrt{x}$					

Aufgabe 2 (Wahrscheinlichkeiten)

Es sind vier Glückskreisel gegeben, die für ein Glücksspiel verwendet werden.

a) **Trage** in die Tabelle **ein**, wie hoch die Wahrscheinlichkeit beim entsprechenden Kreisel ist, eine „2“ zu drehen. **Gib** das Ergebnis als Bruch und als Kommazahl **an**.

Wahrscheinlichkeit eine „2“ zu drehen				
als Bruch				
als Kommazahl				

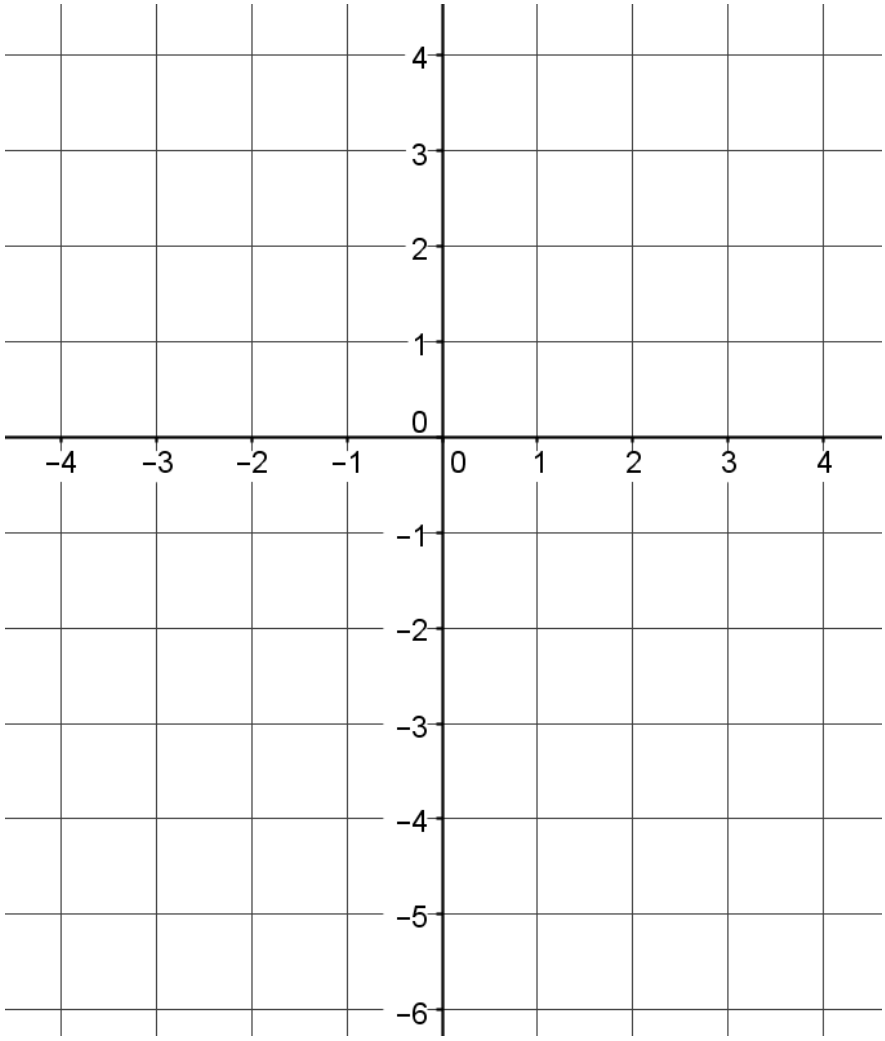
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Drehen aller vier Glückskreisel nur gerade Zahlen erscheinen?

Die Wahrscheinlichkeit für
„Alle Kreise zeigen eine gerade Zahl.“ beträgt: ☐

Aufgabe 3 (Parabeln zeichnen)

a) **Zeichne** Parabeln mit der Funktionsgleichung $y = 0{,}3 \cdot x^2$ und $y = -1{,}3 \cdot x^2$ in das folgende Koordinatensystem. [Hinweis: Verwende eine Schrittweite von 0,5.] (8P)

x	y



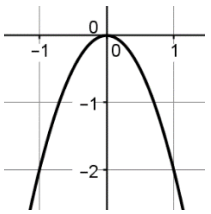
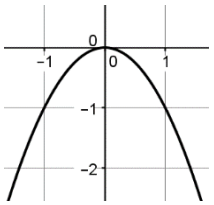
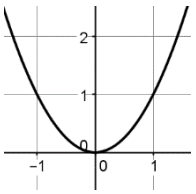
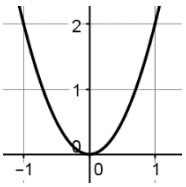
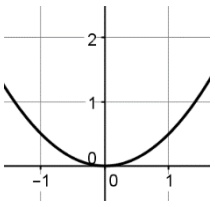
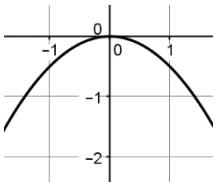
x	y

b) **Beschreibe** Situationen in der Realität, in denen die obigen beiden Parabeln vorkommen könnten.

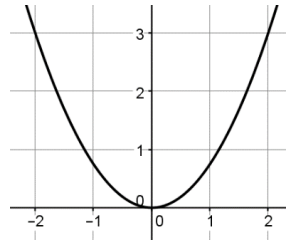
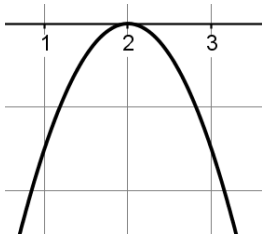
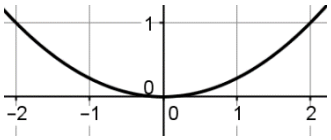
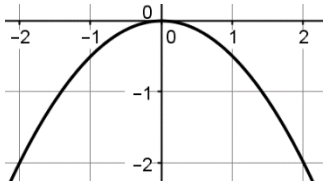
Aufgabe 4 (Streckfaktor von Parabeln)

Folgende Tabelle beschreibt, wie die Form einer Parabel mit der Funktionsgleichung $y = a \cdot x^2$ abhängt vom Streckfaktor a. Leider ist die Zuordnung völlig durcheinander geraten

a) **Korrigiere** die Zuordnung durch farbliche Kennzeichnung.

	Form der Parabel	Beispiel-Graf
a > 1	Die Parabel ist eine nach unten geöffnete Normalparabel.	
a = 1	Die Parabel ist nach oben geöffnet und gestaucht.	
1 < a < 0	Die Parabel ist eine nach oben geöffnete Normalparabel	
0 < a < -1	Die Parabel ist nach unten geöffnet und gestreckt.	
a = -1	Die Parabel ist nach oben geöffnet und gestreckt.	
a < -1	Die Parabel ist nach unten geöffnet und gestaucht.	

b) **Bestimme** den Streckfaktor a durch Ablesung am Grafen.

Graf	Streckfaktor a	Graf	Streckfaktor a
			
			

Gegeben ist eine Parabel mit der Gleichung $y = -\frac{1}{4} \cdot x^2$.

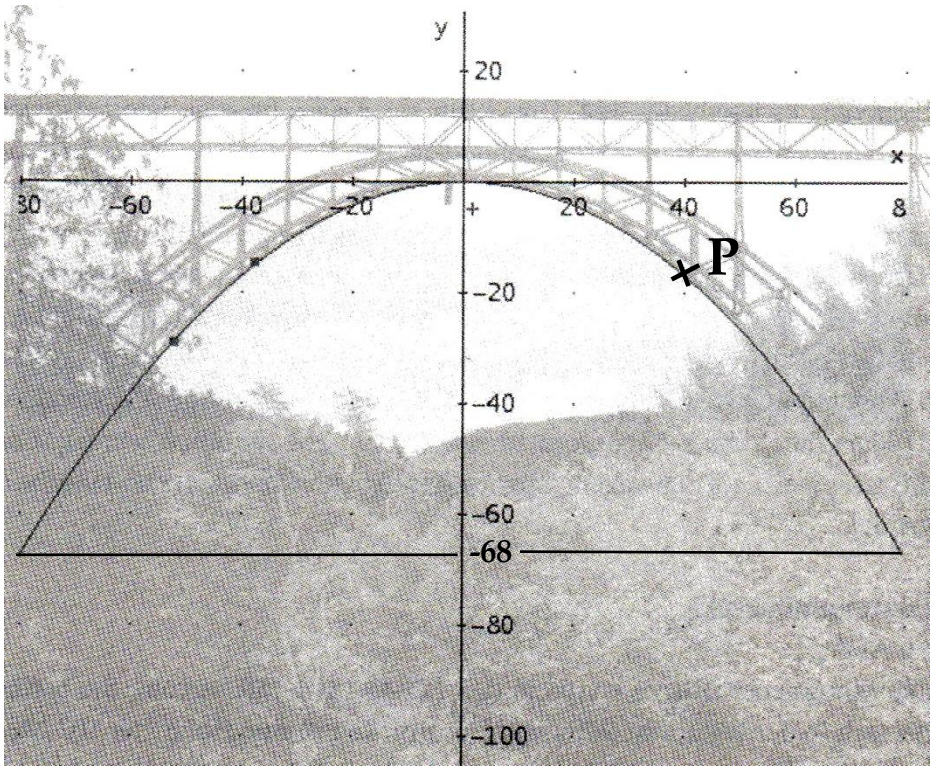
c) **Überprüfe** rechnerisch, ob die Punkte A (-1/-0,25) und B (10/25) auf der Parabel liegen.

Eine Parabel der Form $y = a \cdot x^2$ verläuft durch den Punkt P (2/15).

d) **Bestimme** rechnerisch den Streckfaktor a.

Aufgabe 5 (Müngstener Brücke)

In der folgenden Abbildung ist die Müngstener Brücke, die höchste deutschen Eisenbahnbrücke dargestellt. Das folgende Bild zeigt, dass sie eine perfekte Parabel darstellt. Die Längen sind in Meter angegeben.



a) **Begründe**, warum die Müngstener Brücke im obigen Koordinatensystem durch eine Gleichung der Form $y = a \cdot x^2$ mit $a < 0$ beschrieben werden kann.

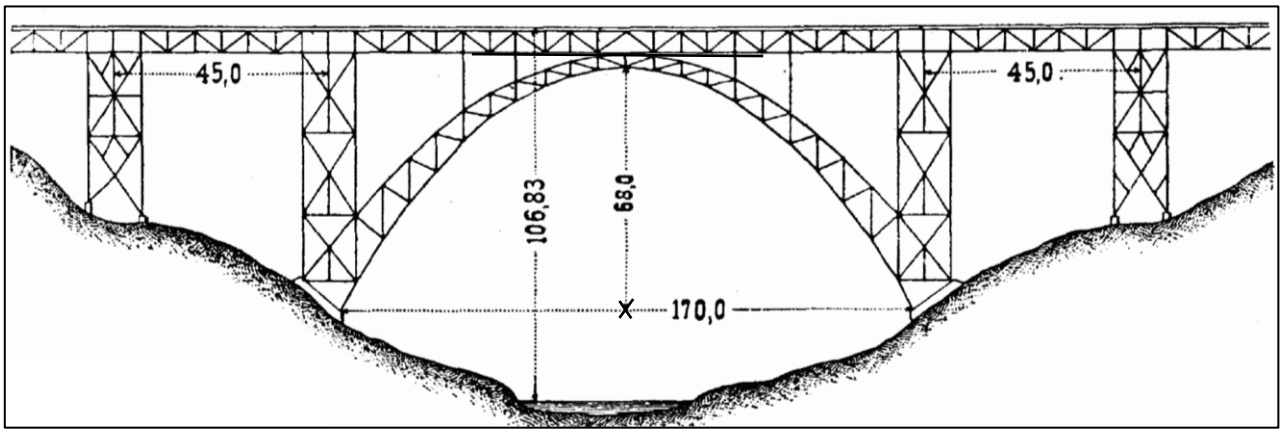
b) **Bestimme** näherungsweise die Koordinaten des Punktes P. **Zeichne** dabei in das obige Koordinatensystem die zur Ablesung notwendigen Hilfslinien gestrichelt **ein**.

P (_____ / _____)

Durch die obige Modellierung kann mithilfe des Punktes P näherungsweise eine Funktionsgleichung $y = -0{,}0106 \cdot x^2$ berechnet werden.

c) **Lies** die Breite des Bogens im obigen Foto **ab** und **überprüfe** rechnerisch Deine Ablesung mithilfe der Funktionsgleichung. Runde das Ergebnis auf Meter.

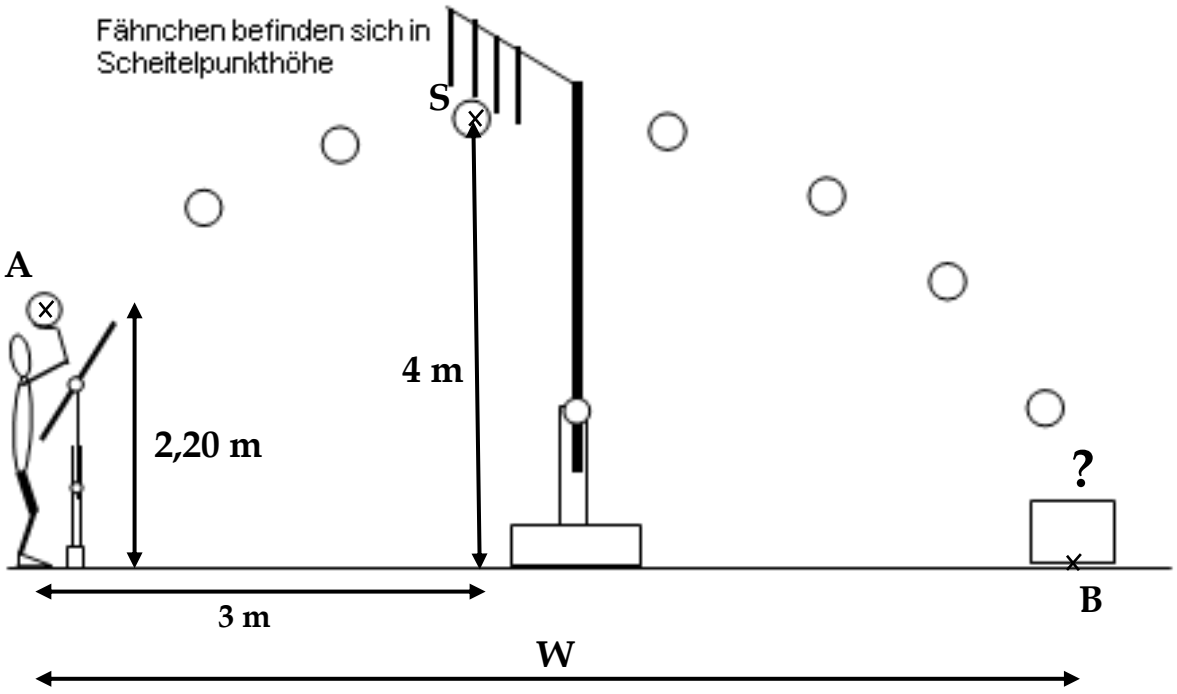
Im Lexikon der Technik findet man eine exakte Darstellung der Müngstener Brücke.



d) **Vergleiche** die Bogenbreite des Fotobildes mit der tatsächlichen Breite des Parabelbogens. **Begründe**, wie es zu den Unterschieden gekommen sein könnte.

Aufgabe 6 (Basketballwurf)

Bei einer Übung aus dem Sportunterricht werden an der Trennwand in 4 m Höhe Fähnchen befestigt. Der Übenden steht 3 m von der Trennwand entfernt und soll mit dem Ball die Fähnchen (Punkt S) und einen kleinen Kasten (Punkt B) auf der anderen Seite treffen. Die Abwurfhöhe des Werfers beträgt im Abwurfpunkt A 2,20 m.



a) **Skizziere** in der obigen Abbildung in BLAU die Flugbahn des Balles, **zeichne** ein geeignetes Koordinatensystem **ein** und **markiere** die relevanten Stellen auf den Achsen.

b) **Gib** die Koordinaten des Punktes A **an**. A (_____ / _____)

c) **Berechne** den Streckfaktor a der Parabel und **gib** die Funktionsgleichung **an**.

d) **Untersuche**, ob der Ball im Kasten landet, wenn der Kasten (Punkt B) 7 m vom Abwurfpunkt entfernt liegt.

Zusatzaufgabe Gartenzaun (10P)

Beim Zaunfeld in der Abbildung unten ist der obere Abschluss parabelförmig, d. h. die oberen Enden der Latten liegen auf einer Parabel.

Bestimme mithilfe der Informationen des Angebots eine Gleichung dieser Parabel bezüglich eines geeigneten Koordinatensystems. Mache zunächst eine Skizze, trage ein geeignetes Koordinatensystem sowie die gegebenen Informationen ein.

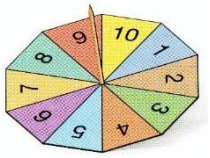
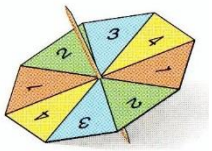
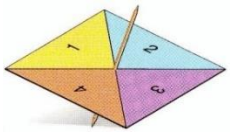
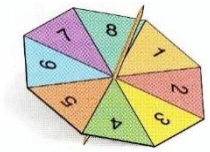
Lösungen:

1a) und 1b)

x	4	12	-13	0,9	$\frac{1}{100}$
x^2	**16**	**144**	**169**	**0,81**	$\frac{1}{10000}$

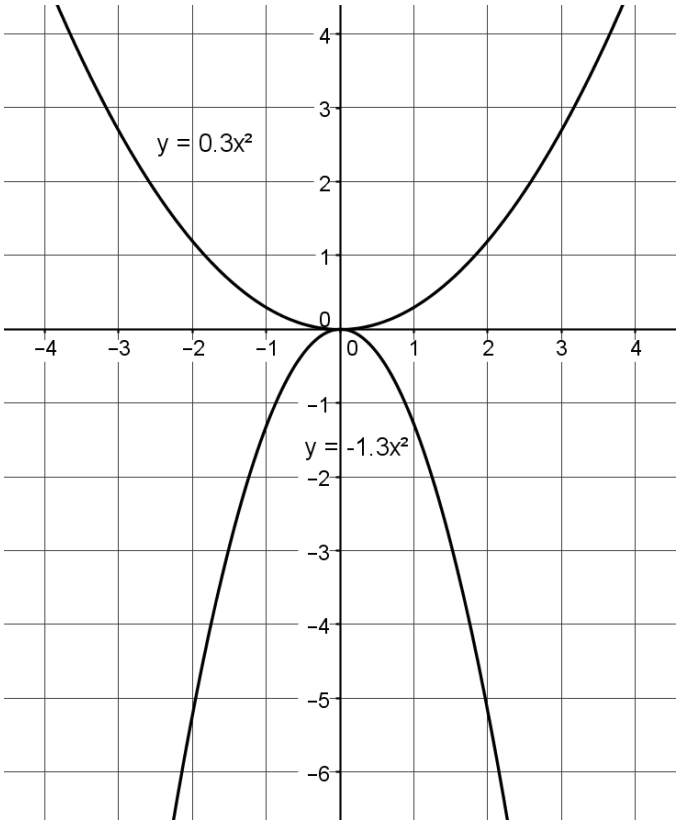
x	4	64	-25	1,21	$\frac{1}{225}$
$\sqrt{x}$	**2**	**8**	**-**	**1,1**	$\frac{1}{15}$

2a)

Wahrscheinlichkeit eine „2“ zu drehen				
als Bruch	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
als Kommazahl	0,1	0,25	0,25	0,125

2b) $\frac{1}{16}$

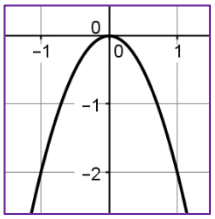
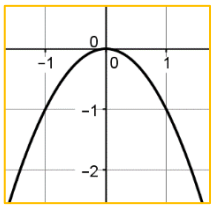
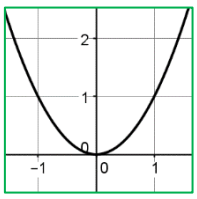
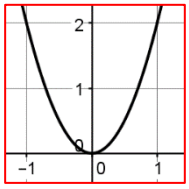
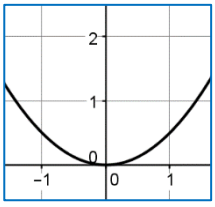
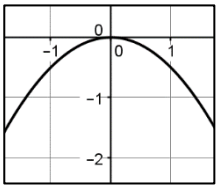
3a



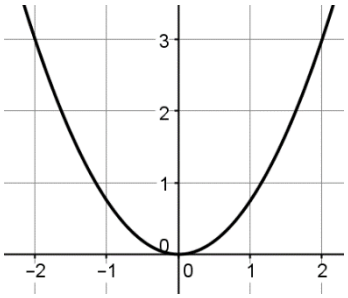
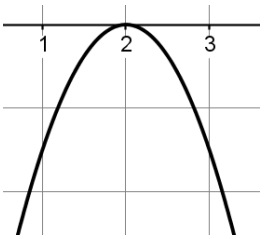
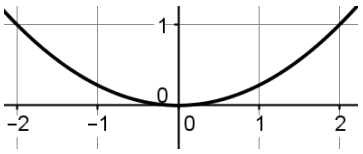
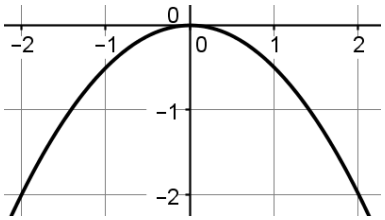
3b)

Nach oben geöffnete Parabel: Satellitenschüssel, Obstschale.
Nach unten geöffnete Parabel: Brückenpfeiler, Hochsprung, Turmsprung.

4a)

	Form der Parabel	Beispiel-Graf
a > 1	Parabel ist eine nach unten geöffnete Normalparabel.	
a = 1	Parabel ist nach oben geöffnet und gestaucht.	
1 < a < 0	Parabel ist eine nach oben geöffnete Normalparabel	
0 < a < -1	Parabel ist nach unten geöffnet und gestreckt.	
a = -1	Parabel ist nach oben geöffnet und gestreckt.	
a < -1	Parabel ist nach unten geöffnet und gestaucht.	

4b)

Graf	Streckfaktor a	Graf	Streckfaktor a
	**0,75**		**-1,5**
	**0,25**		**-0,5**

4c)

$-0{,}25 = -\frac{1}{4} \cdot (-1)^2$ $\qquad$ $25 = -\frac{1}{4} \cdot 10^2$

$-0{,}25 = -\frac{1}{4} \cdot (-1)^2$ $\qquad$ $25 = -\frac{1}{4} \cdot 100$

$-0{,}25 = -\frac{1}{4}$ (w) $\qquad$ $25 = -25$ (f)

A liegt auf der Parabel. $\qquad$ B liegt nicht auf der Parabel.

4d) $y = a \cdot x^2;\ 15 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow 15 = a \cdot 4 \Leftrightarrow a = 3{,}75$

5a) Es handelt sich um eine Parabel, die nach unten geöffnete ist und eine Ursprungsparabel darstellt.

5b) P (40 / - 17±1)

5c) $-68 = -0{,}0106 \cdot W^2$

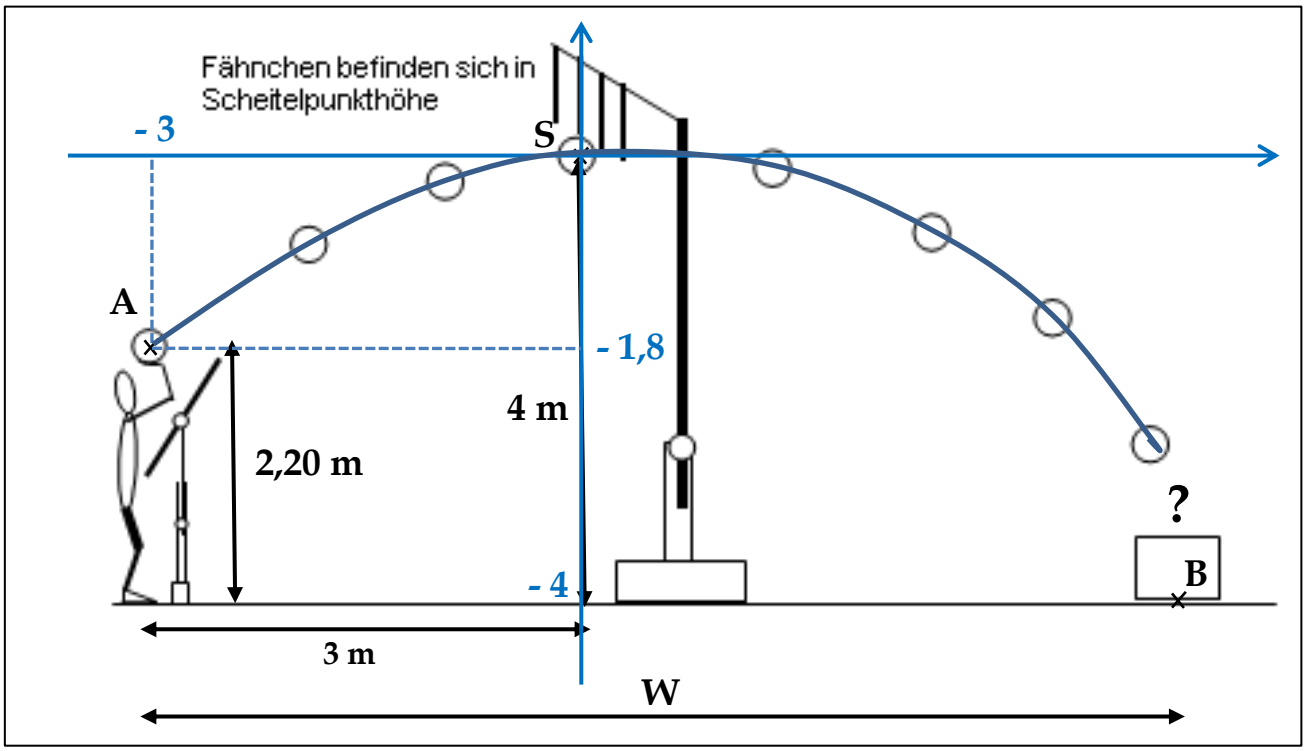
$W^2 = -68 : (-0{,}0106)$

$W = \sqrt{-68 : (-0{,}0106)} \approx 80\ m$ (entspricht in etwa der Ablesung)

Der Bogen ist etwa 160 m breit.

5d) Die Breite des Brückenbogens beträgt in Wirklichkeit 170 m. Die berechnete Breite auf der Basis des Fotos beträgt nur 160 m. Dies könnte an der Ungenauigkeit der Fotoaufnahme liegen und an Ablesefehlern für den Punkt P und die Höhe der Brücke.

6a)

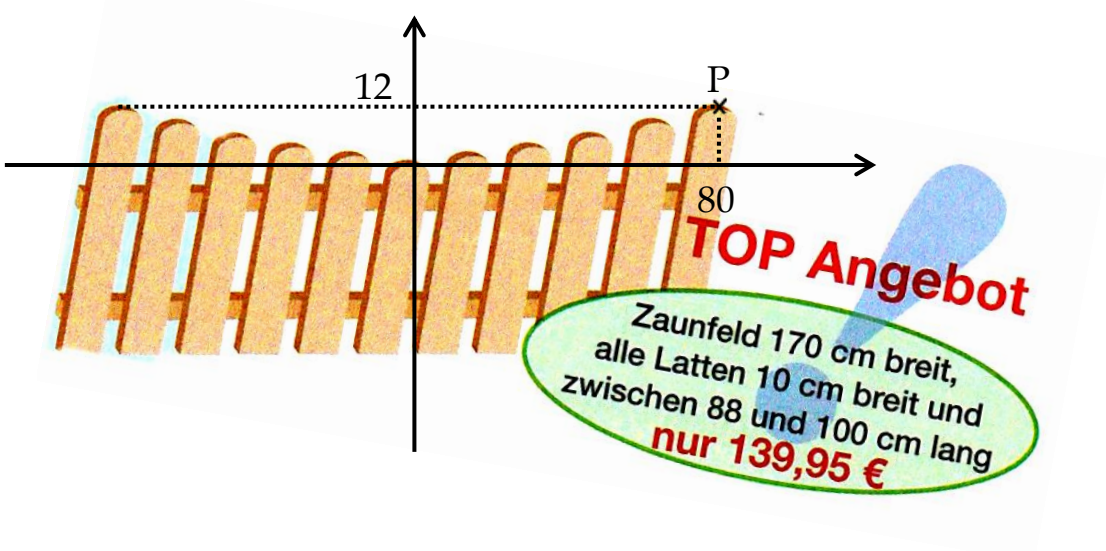


6b) A (-3 / -1,8)

6c) $y = a \cdot x^2;\ -1{,}8 = a \cdot (-3)^2 \Leftrightarrow -1{,}8 = a \cdot 9 \Leftrightarrow a = -0{,}2 \Rightarrow y = -0{,}2 \cdot x^2$

6d) $y = -0{,}2 \cdot x^2$ und B (4/-4); $-4 = -0{,}2 \cdot 4^2 \Leftrightarrow -4 = -3{,}2$ (f) Der Ball trifft nicht den Kasten. Dieser müsste etwa 7,47 m entfernt sein.

Zusatzaufgabe

Wähle eine nach oben geöffnete Ursprungsparabel mit der Funktionsgleichung $y = a \cdot x^2$. Der Punkt P (80/12) liegt auf der Parabel. Daher ergibt sich:

$y = a \cdot x^2;\ 12 = a \cdot 80^2 \Leftrightarrow 12 = a \cdot 6400 \Leftrightarrow a = 0{,}001875 = -\frac{3}{1600} \Rightarrow y = 0{,}001875 \cdot x^2$