

## Schmecken Kölsch und Alt unterschiedlich?

Der Düsseldorfer Hochschulprofessor Helmut Quack hat ein Experiment durchgeführt, um nachzuweisen, dass sich Kölsch und Alt im Geschmack nicht unterscheiden. Die Zeitschrift bild der wissenschaft hat darüber in einer kurzen Notiz (2016, S. 42) berichtet. Der Forscher hat bei seinem Experiment insgesamt 50 Männer jeweils vier Bierproben beurteilen lassen. Alle Teilnehmer des Experiments haben von sich im Vorfeld behauptet, die Biere am Geschmack unterscheiden zu können. Die Bierproben hatte einheitlich eine Temperatur von 12°C. Es wurde darauf geachtet, dass die Schaumkrone bei jeder Probe genau 1 cm hoch war. Im Ergebnis zeigte sich, dass in ca. 55 % der Proben die richtige Biersorte herausgefunden wurde. Der Professor wird zitiert mit der Aussage „Nur zu 55% wird das Bier richtig erkannt, was auf Zufalls- bzw. Rateniveau liegt.“ (Quack, 2017, S. 1)

### Mögliche Aufgabenstellungen:

- a) **Berechne** die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 55% [höchstens 50%; höchstens 223] der Proben richtig erkannt wurden, wenn jeweils nur geraten wurde. **Interpretiere** das Ergebnis im Sachkontext.
- b) **Entwicklung eines Hypothesentests:**
  - (1) **Entwickle** einen geeigneten Hypothesentest mit einem Signifikanzniveau von 5% [1%].
  - (2) **Bestimme** jeweils den Annahme- und Ablehnungsbereich, **berechne** den Fehler der ersten Art und **interpretiere** ihn im obigen Sachzusammenhang.
  - (3) **Beschreibe** den Fehler der zweiten Art im Sachkontext. **Berechne** die Wahrscheinlichkeit seines Auftretens für den Fall, dass die „Geschmacksquote“ tatsächlich bei 55% liegt.
- c) **Nimm Stellung** zur Aussage des Professors: „Nur zu 55 Prozent wird das Bier richtig erkannt, was auf Zufalls- beziehungsweise Rateniveau liegt“.

### Methodisch-didaktischer Kommentar:

Die Aufgabenidee stammt von Michael Rüsing aus Essen und kann zum Einstieg in das Testen von Hypothesen verwendet werden. Die dargestellten Aufgabenstellungen wurden als Anwendungsaufgaben im Bereich der Hypothesentests binomialverteilter Zufallsgrößen eingesetzt. Aufgabenteil a) kann als Anwendung im Bereich binomialverteilter Zufallsgrößen bearbeitet werden. Mein Einstieg in die Hypothesentests ist über das Herausschmecken von Cola und Cola light erfolgt. Dabei hatten die Probanden im Schnitt „Geschmacksquoten“ deutlich unter 50 %. Nur ein Schüler, der sich als „Cola-Experte“ ausgab, lag zu 80 % richtig.

## Lösungsvorschlag:

- a) Sei  $X$ : Anzahl der erkannten Proben binomialverteilt mit  $n = 400$  und der Trefferwahrscheinlichkeit (Geschmacksquote)  $p = 0,5$ . Es gilt:  $P(X \geq 220) \approx 2,6\%$  [ $P(X \leq 200) \approx 52\%$ ;  $P(X \leq 223) \approx 99,1\%$ ] Interpretation: Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 220 Proben richtig geraten werden, liegt unter 3%. [Etwas mehr als die Hälfte der Probanden raten höchstens jede zweite Probe richtig. Höchstens 223 Proben richtig zu raten, ist zu 99,1% wahrscheinlich.]
- b) Rechtsseitiger Hypothesentest
- (1) Für die Nullhypothese  $H_0: p = 0,5$  wählt man die entsprechende Alternativhypothese  $H_A: p > 0,5$ . Dabei handelt es sich um einen rechtsseitigen Hypothesentest, der zunächst mit einem Signifikanzniveau von 5 % erfolgen soll.  $H_0$  wird verworfen, wenn die erkannten Proben deutlich über dem Erwartungswert 200 liegen. Andernfalls wird  $H_0$  angenommen.
  - (2)  $H_0$  soll angenommen werden, wenn die erkannte Probenanzahl im Annahmebereich  $A = [0; b]$  liegt. Dabei ist  $b$  die kleinste Zahl mit  $P(X \leq b) \geq 0,95$ . Man erhält  $b = 216$  und für den Annahmebereich  $A = [0; 216]$  sowie den Verwerfungsbereich  $V = [217; 400]$ . Daher wird im Fall von 220 richtig erkannten Proben die Nullhypothese verworfen. Der Fehler 1. Art beträgt (Irrtumswahrscheinlichkeit) dabei  $P(X \geq 217) \approx 4,9\%$ . Mit einer Wahrscheinlichkeit von knapp 5% nimmt man irrtümlich an, dass die Probanden besser als Raten waren, obwohl sie tatsächlich nur geraten haben. [Bei einem Signifikanzniveau von 1% erhält man analog den Annahmebereich  $A = [0; 223]$ , den Verwerfungsbereich  $[224; 400]$  und den Fehler 1. Art von  $P(X \geq 224) \approx 0,9\%$ .]
  - (3) Für den Fehler 2. Art berechnet man  $P_{p=0,55}(X \leq 216) \approx 36,2\%$ . Mit einer Wahrscheinlichkeit von 36,2 % wird also fälschlicherweise angenommen, dass die Probanden raten, obwohl sie mit  $p = 0,55$  besser als raten waren. [Bei einem Signifikanzniveau von 1% ergibt sich analog  $P_{p=0,55}(X \leq 223) \approx 63,7\%$ .]
- c) Auf einem üblichen Signifikanzniveau von 5% muss dem Professor widersprochen werden, da 220 im Verwerfungsbereich liegt und die Nullhypothese „Die Probanden haben geraten“ verworfen wird. [Wählt man ein Signifikanzniveau von 1%, wird die Nullhypothese allerdings angenommen.]

## Quellenangaben:

Notiz (2016): *Wie Kölsch und Alt schmecken*. In: bild der wissenschaft. Heft 11, S. 42.

Quark, R. (2016): *KÖLSCH versus ALT: Erkenntnisse aus konsumentenpsychologischen Experimenten*. In: Forschungsberichte des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Düsseldorf Ausgabe 34. Abgerufen am 23.03.2017 unter [http://fhdd.opus.hbz-nrw.de/volltexte/2016/974/pdf/HSD\\_FBW\\_Ausgabe34.pdf](http://fhdd.opus.hbz-nrw.de/volltexte/2016/974/pdf/HSD_FBW_Ausgabe34.pdf).