

AB2 - Algenvermehrung

Im Mittelmeer ist der küstennahe Meeresgrund vor vielen Ländern zu großen Teilen von einer Killeralge verseucht. Sie entkam vermutlich aus einem Aquarium in Monaco und breitet sich seitdem rasant aus. Der 1984 ein Quadratmeter große Flecken versechsfachte sich jährlich.



- a) Berechne die Größe des Algenteppichs nach 5 Jahren.
- b) Mit $f(x) = 6^x$ kann man die Fläche des Algenteppichs beschreiben, wenn er sich vermehrt wie oben beschrieben.
- (1) Gib die Bedeutung der Variable x an.
(2) Berechne den Funktionswert für $x = 0$ und erläutere das Ergebnis am obigen Beispiel.
- c) Stelle die Algenvermehrung für die ersten drei Jahre in einem geeigneten Koordinatensystem dar.
- d) Nach wie vielen Jahren hat sich ein 1 ha großer Algenteppich entwickelt? Notiere deine Rechnungen.
- e) Ein Wissenschaftler rechnet nach, dass der Algenteppich im Jahr 2000 etwa $2,82 \cdot 10^6$ km² groß wäre. Dies entspräche fast der achtfachen Größe von Deutschland.
- (1) Überprüfe die Rechnung des Wissenschaftlers.
(2) Hältst du diese Vorhersage für die Größe des Algenteppichs für realistisch? Begründe deine Meinung.
- f) Mit welcher der folgenden Funktionsgleichungen kann die Fläche des Algenteppichs ermittelt werden, wenn der Algenteppich zu Beginn 100 m² groß war.

(1) Kreuze an.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$g(x) = 100 + 6^x$	$g(x) = 600^x$	$g(x) = 100 \cdot 6^x$	$g(x) = 6^{x+100}$

- (2) Begründe Deine Entscheidung. (*)
(3) Erstelle für die übrigen Funktionsgleichungen einen passenden Sachzusammenhang. (*)
- g) Eine zweite Algensorte entwickelt sich in fünf Jahren ebenfalls exponentiell aus einem Quadratmeter zu einem 1000 m² großen Algenteppich. Berechne den Wachstumsfaktor, die jährliche Wachstumsrate und gib die Funktionsgleichung an. (*)
- h) Eine dritte Algensorte hat nach einem Jahr eine Fläche von 9 m² und nach drei Jahren eine Fläche von 182,25 m². Berechne den Wachstumsfaktor und die Anfangsgröße des Teppichs. Gib die Funktionsgleichung an. (*)

(*) Für Experten oder solche, die es werden wollen.

AB2 - Algenvermehrung - Lösungen

a) $6^5 = 7776 \text{ m}^2$

b) (1) x gibt die Anzahl der Jahre nach Ausbruch der Alge aus einem Aquarium an.

b) (2) $f(0) = 6^0 = 1$ gibt die Größe des Algenteppich zu Beginn der Beobachtung an.

c) Vergleiche Abbildung rechts.

d) $10000 = 6^x \Leftrightarrow x = \log_6 10000 \approx 5,14$.

Oder: durch Ausprobieren $7776 = 6^5 < 10000 < 6^6 = 46653$

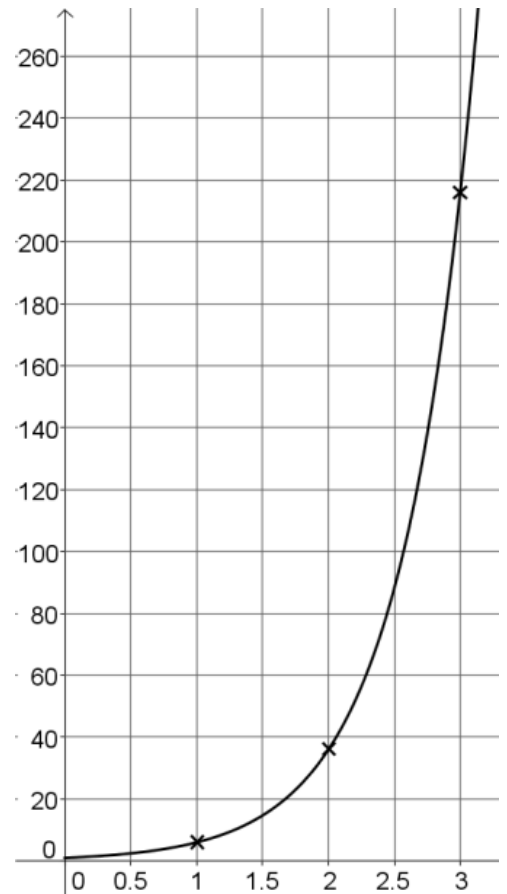
e) (1) $6^{16} \approx 2,82 \cdot 10^{12} \text{ m}^2 = 2,82 \cdot 10^6 \text{ km}^2$

e) (2) Die Größe des Algenteppichs ist begrenzt, da die Algen mit anderen Meereslebewesen in Konkurrenz treten müssen. Unter Umständen greift der Mensch auch mit Pflanzenvernichtungsmitteln ein.

f) (1) $g(x) = 100 \cdot 6^x$

f) (2) g beschreibt ein exponentielles Wachstum mit dem Anfangsbestand von 100 m^2 und einem Wachstumsfaktor von 6 .

f) (3) $g(x) = 100 + 6^x$: Ein 1 m^2 großer Algenteppich entwickelt sich durch Versechsfachung. Zusätzlich werden von der gleichen Sorte in einem Labor durch chemische Mittel 100 m^2 konstant gehalten. g gibt die Gesamtfläche des Algenteppichs im Meer und im Labor nach x Jahren an.



$g(x) = 600^x$: Eine Monsteralge vergrößert seine Fläche jährlich um den Faktor 600 (x in Jahre). g gibt die Fläche des Algenteppichs nach x Jahren an.

$g(x) = 6^{x+100}$: g gibt die Größe des Algenteppichs in $100 + x$ Jahren an.

g) Gegeben: $h(x) = 1 \cdot a^x$ mit $h(5) = 1000$

$$1 \cdot a^5 = 1000 \Leftrightarrow a = \sqrt[5]{1000} \approx 3,98 \Rightarrow h(x) \approx 3,98^x$$

h) Gegeben: $i(x) = c \cdot a^x$ mit $i(1) = 9$ und $i(3) = 182,5$

$$(1) c \cdot a^1 = 9 \quad (2) c \cdot a^3 = 182,5 \Leftrightarrow \frac{c \cdot a^3}{\frac{(2)}{(1)} c \cdot a^1} = \frac{182,25}{9} \Leftrightarrow a^2 = \frac{81}{4} \Leftrightarrow a = 4,5 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow i(x) = 2 \cdot 4,5^x$$